المراجعة رقم (1)

اختبار شهر مارس

الدرس الرابع (٤ – ١)

(المحددات)

ملخص الدرس :

كل مصفوفة مربعة أ يناظرها قيمة عددية تسمى محدد المصفوفة و يرمز لها بالرمز | أ |

المحدد الثنائي (محدد الرتبة الثانية) :

اذا كانت س مصفوفة على النظم ٢ × ٢ حيث : $س = \begin{pmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$ فان :

محدد المصفوفة س و يرمز لها بالرمز : $|س| = \begin{vmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{vmatrix} = أ \times ء - ب \times حـ$

أي أن : قيمة المحدد الثنائي = حاصل ضرب عنصري القطر الرئيسي – حاصل ضرب عنصري القطر الآخر

مثلاً : $\begin{vmatrix} ٥ & ٣ \\ ٤ & ٦ \end{vmatrix} = ٥\times٦ - ٣\times٤ = ٣٠-١٢ = ١٨$

المحدد الثلاثي (محدد الرتبة الثالثة) :

اذا كانت أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣ حيث : $أ = \begin{pmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{pmatrix}$

محدد المصفوفة س و يرمز لها بالرمز : $|أ| = \begin{vmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{vmatrix}$ و لكل عنصر في هذا المحدد

يناظره محدد ثنائي أصغر ينتج من العناصر المتبقية بعد حذف الصف و العمود الواقع فيهما هذا العنصر

فمثلاً : للحصول على المحدد الاصغر للعنصر $أ_{١١}$ يرمز له بالرمز $|أ_{١١}|$ و محدده هو $\begin{vmatrix} أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{vmatrix}$ و هكذا

و تتعين اشارة المحدد الاصغر المناظر للعنصر $أ_{ص ع}$ بالقاعدة $(-١)^{ص+ع}$

و يمكن كتابة قاعدة الاشارات للمحدد الاصغر كما يلي : $\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$

ملحوظه هامة : يمكن فك المحدد عن طريق أي صف أو أي عمود مع مراعاة قاعدة الاشارات

محدد المصفوفة المثلثية :

هي مصفوفة جميع عناصرها التي تحت القطر الرئيسي (أو فوقة) أصفار مثل المصفوفات :

$$\text{أ} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad ، \quad \text{ب} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \quad ، \quad \text{ج} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ، \quad \text{د} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

قيمة محدد المصفوفة المثلثية = حاصل ضرب عناصر قطرها الرئيسي

مثلاً : قيمة المحدد $\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 3 \times 4 = 12$ ، $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \times 4 = 24$

ملاحظات هامة :

- اذا كانت أ مصفوفة على النظم ن × ن ، ك ∈ ح فإن :

$$|\text{ك أ}| = \text{ك}^{\text{ن}}\,|\text{أ}|$$

مثلا : اذا كان أ مصفوفة على النظم ٢×٢ وكان : $|\text{أ}| = 5$ فان :

$$|3\,\text{أ}| = 3^2\,|\text{أ}| = 9 \times 5 = 45$$

- اذا كانت أ مصفوفة مربعة فان :

$$|\text{أ}| = |\text{أ}^{\text{مد}}|$$

- اذا كانت أ ، ب مصفوفتين مربعتين بحيث اب معرفة فان :

$$|\text{أ} \times \text{ب}| = |\text{أ}| \times |\text{ب}|$$

ايجاد مساحة سطح مثلث باستخدام المحددات :

اذا كان س ص ع مثلث حيث : س (٢ ، ب) ، ص (حـ ، ء) ، ع (هـ ، و)

فان: مساحة سطح المثلث س ص ع هي | م | حيث م = $\frac{١}{٢}$ $\begin{vmatrix} ٢ & ب & ١ \\ حـ & ء & ١ \\ هـ & و & ١ \end{vmatrix}$

حل نظام من المعادلات الخطية باستخدام قاعدة كرامر :

اذا كان لدينا نظام من المعادلات الخطية في مجهولين كالتالي : ٢س + ب ص = م ، حـ س + ء ص = ن

فإننا نوجد ثلاثة محددات و هي كالتالي :

$\begin{vmatrix} ٢ & ب \\ حـ & ء \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المعاملات و يرمز له بالرمز Δ و يقرأ (دلتا)

$\begin{vmatrix} م & ب \\ ن & ء \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المجهول س و يرمز له بالرمز Δس و يقرأ (دلتا س)

$\begin{vmatrix} ٢ & م \\ حـ & ن \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المجهول ص و يرمز له بالرمز Δص و يقرأ (دلتا ص)

و يكون قيمة س و ص كما يلي :

س = $\frac{\Delta_{س}}{\Delta}$ ، ص = $\frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$

مثال محلول (١)

أوجد قيمة س حيث : $\begin{vmatrix} \text{س} & ٣ \\ ١٠ & -٥ \end{vmatrix} = -٤٠$

الحـــــــــــــــــــل

بفك المحدد $\begin{vmatrix} \text{س} & ٣ \\ ١٠ & -٥ \end{vmatrix} = \text{س} \times -٥ - ٣ \times ١٠$

$= -٥\,\text{س} - ٣٠$

$\therefore -٥\,\text{س} - ٣٠ = -٤٠ \Longleftarrow -٥\,\text{س} = -٤٠ + ٣٠$

$-٥\,\text{س} = -١٠ \Longleftarrow \therefore \text{س} = ٢$

تدريب (١): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س}^٢ & ٣ \\ ٤ & \text{س} \end{vmatrix} = ١٥$ فان : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ١٥

مثال محلول (٢)

أوجد قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٠ \\ ٣ & ٤ & ٥ \\ ٦ & ١ & ٠ \end{vmatrix}$

الحـــــــــــــــــــل

بفك المحدد عن طريق الصف الأول :

$\therefore$ قيمة المحدد $= (١) \begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} - (٢) \begin{vmatrix} ٣ & ٥ \\ ٦ & ٠ \end{vmatrix} + (٠) \begin{vmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & ١ \end{vmatrix}$

$= (١)(٤ \times ٠ - ٥ \times ١) - (٢)(٣ \times ٠ - ٥ \times ٦) + (٠)(٣ \times ١ - ٦ \times ٤)$

$= (١)(-٥) - (٢)(-٣٠) + (٠)(-٢١)$

$= -٥ + ٦٠ + \text{صفر} = ٥٥$

تدريب (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ٣ & ٦ & ٠ \\ ٩ & ٧ & ٢ \\ ٤ & ١ & ٠ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ١٨ (ب) ٢١ (ج) ٣٦ (د) ـ٤٢

مثال محلول (٣)

أوجد مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & س \\ ٠ & ٣ & ٣ \\ ٢س & ١- & ٤ \end{vmatrix} = ٢٤$

الحـــــــــــــــــــل

∵ المحدد المعطى هو محدد لمصفوفة مثلثية فان :

قيمة محدد المصفوفة المثلثية = حاصل ضرب عناصر قطرها الرئيسي

∴ قيمة المحدد = س × ٣ × ٢ س = ٦ $س^٢$

∴ ٦ $س^٢$ = ٢٤ ⟸ $س^٢$ = ٤ س = ± ٢

∴ مجموعة الحل هي { ٢ ، − ٢ }

تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ٤- & ٣ & س \\ ٢ & ٢س & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ = ٩٨ هي ....

(أ) { ٧ ، −٧ } (ب) { ٨ ، −٨ } (ج) { ٤٩ } (د) { ٩٦ }

مثال محلول (٤)

اذا كان أ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : | أ | = ١٥ فان : | ٣ أ | =

الحـــــــــــــــــل

∵ | أ | = ١٥

∴ | ٣ أ | = ٣^٢ | أ | = ٩ × ١٥ = ١٣٥

تدريب (٤): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كان أ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : | أ٢ | = ١٢ فان : | أ | = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

مثال محلول (٥)

أوجد مساحة سطح المثلث الذي رؤوسه النقط : (١ ، ٦) ، (٠ ، ١٠) ، (٠ ، ٠)

الحـــــــــــــــــل

نوجد أولا : م = $\frac{١}{٢}$ $\begin{vmatrix} ١ & ٦ & ١ \\ ٠ & ١٠ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$ (لاحظ المحدد لمصفوفة مثلثية)

∴ م = $\frac{١}{٢}$ (١×١٠×١) = ٥

∴ مساحة سطح المثلث = ٥ وحدات مربعة

تدريب (٥): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

مساحة سطح المثلث الذي رؤوسه النقط : (٣ ، ٥) ، (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٤)

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ١٢ (د) ٢٤

مثال محلول (٦)

حل النظام التالي باستخدام قاعدة كرامر : س + ٣ ص = ٧ ، ٣س – ص = ١

--- الحـــــــــــــــــــل ---

نوجد أولا محدد المعاملات $\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٣ & -١ \end{vmatrix} = ١ \times -١ - ٣ \times ٣ = -١٠$

محدد المجهول س= $(\Delta_{س}) = \begin{vmatrix} ٧ & ٣ \\ ١ & -١ \end{vmatrix} = ٧ \times -١ - ١ \times ٣ = -١٠$

محدد المجهول ص= $(\Delta_{ص}) = \begin{vmatrix} ١ & ٧ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = ١ \times ١ - ٣ \times ٧ = -٢٠$

$\therefore$ س $= \dfrac{\Delta_{س}}{\Delta} = \dfrac{-١٠}{-١٠} = ١$ ، ص $= \dfrac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \dfrac{-٢٠}{-١٠} = ٢$

$\therefore$ مجموعة حل النظام هو { (١ ، ٢) }

تدريب (٦): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

في نظام المعادلات : أ$_١$ س + ب$_١$ ص = جـ$_١$ ، أ$_٢$ س + ب$_٢$ ص = جـ$_٢$ اذا كان :

$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٧ & ٢ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix}$ ، $\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٣ & ٧ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix}$ فان : (س ، ص) = ...

(أ) (٠ ، ١) (ب) (١ ، ٠) (ج) (١ ، ٢) (د) (٢ ، ١)

حل التدريبات

حل تدريب (١) : ب

حل تدريب (٢) : د

حل تدريب (٣) : أ

حل تدريب (٤) : ب

حل تدريب (٥) : ب

حل تدريب (٦) : ج

تمارين على الدرس الرابع

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ك & ٧ \\ ك & ٢ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٥ك　　(ب) -٥ك　　(ج) ٩ك　　(د) -٩ك

(٢) جميع قيم س التي تجعل : $\begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٥ & س \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ١ & -٢ \\ ٤ & ٨ \end{vmatrix}$ = ٤٠ هي ....

(أ) ٧ أو -٧　　(ب) ٨ أو -٨　　(ج) ٤٩ أو -٤٩　　(د) ٦٤

(٣) اذا كان ب ، ح حيث ب > ح هما جذري المعادلة : $س^٢$ – ٣٦ س + ٢٤٣ = ٠ فان

$\begin{vmatrix} ح & ب \\ -١ & ١ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٣　　(ب) ٤　　(ج) ٥　　(د) ٣٦

(٤) اذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ٣ & -٧ & -٣ \\ -٩ & -٥ & ٨ \\ ٣ & -٣ & ٠ \end{pmatrix}$ فان المحدد المناظر للعنصر $أ_{٣١}$ هو ....

(أ) $\begin{vmatrix} -٩ & -٥ \\ ٣ & -٣ \end{vmatrix}$　　(ب) $\begin{vmatrix} ٣ & -٣ \\ -٩ & ٨ \end{vmatrix}$　　(ج) $\begin{vmatrix} -٥ & ٨ \\ -٣ & ٠ \end{vmatrix}$　　(د) $\begin{vmatrix} ٣ & -٣ \\ ٣ & ٠ \end{vmatrix}$

(٥) مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٢ & س & ٢ \\ ٣ & ٣ & ٢ \end{vmatrix}$ = ٤ في ح هي ....

(أ) { ٨ }　　(ب) { ٦ }　　(ج) { ٥ }　　(د) { -٥ }

(٦) اذا كان : $\begin{vmatrix} أ & ٢ \\ ب & ٥ \end{vmatrix}$ = ٠ فان : ب = ...

(أ) $\frac{٢أ}{٥}$　　(ب) $\frac{-٢أ}{٥}$　　(ج) $\frac{٥أ}{٢}$　　(د) $\frac{٢}{٥أ}$

(٧) اذا كان : $\begin{vmatrix} \text{جتا}\theta & \text{جا}\theta \\ \text{قتا}\theta & ٢ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{ت} & -١ \\ \text{ت}^{٣} & ١ \end{vmatrix}$ حيث ($\text{ت}^{٢} = -١$) ، θ زاوية حادة فان : θ =

(أ) ٩٠° (ب) ٦٠° (ج) ٤٥° (د) ٣٠°

(٨) مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{س} - ٢ & ٠ & ٠ \\ ٤ & ١ & ٠ \\ ٥ & ٦ & \text{س} + ٢ \end{vmatrix} = ٥$ في ح هي ....

(أ) { ١ ، -١ } (ب) { ٢ ، -٢ } (ج) { ٣ ، ٢ } (د) { ٣ ، -٣ }

(٩) س ص ع مثلث فيه : س (٠ ، ٠) ، ص (٠ ، ٥) ، ع (− ٣ ، ٢) فان :
مساحة سطح Δ س ص ع = ... وحدة مربعة

(أ) ٣ (ب) ٧.٥ (ج) ١٥ (د) ٩

(١٠) في نظام المعادلات : $\text{أ}_{١}$ س + $\text{ب}_{١}$ ص = $\text{جـ}_{١}$ ، $\text{أ}_{٢}$ س + $\text{ب}_{٢}$ ص = $\text{جـ}_{٢}$ وكان :
$\begin{vmatrix} \text{أ}_{١} & \text{ب}_{١} \\ \text{أ}_{٢} & \text{ب}_{٢} \end{vmatrix} = ٣$ ، $\begin{vmatrix} \text{جـ}_{١} & \text{ب}_{١} \\ \text{جـ}_{٢} & \text{ب}_{٢} \end{vmatrix} = -٦$ ، $\begin{vmatrix} \text{أ}_{١} & \text{جـ}_{١} \\ \text{أ}_{٢} & \text{جـ}_{٢} \end{vmatrix} = ١٢$ فان : (س ، ص) = ...

(أ) (-٢ ، ٤) (ب) (٤ ، -٢) (ج) (-١٨ ، ٣٦) (د) (٣٦ ، -١٨)

حل تمارين على الدرس الرابع

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	ب	أ	د	أ	ج	ج	ب	د	ب	أ

الدرس الخامس(٥ – ١)

(المعكوس الضربي للمصفوفة)

ملخص الدرس :

يقال للمصفوفة أ^{-1} أنها معكوس ضربي للمصفوفة أ اذا كان :

$\text{أ} \times \text{أ}^{-1} = \text{أ}^{-1} \times \text{أ} = I$ حيث I مصفوفة الوحدة ، $|\text{أ}| \neq ٠$.

لاحظ أنه : اذا كان : $|\text{أ}| = ٠$ فان المصفوفة أ ليس لها معكوس ضربي

اذا كان : $\text{أ} = \begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix}$ فان المعكوس الضربي للمصفوفة أ يكون معرفاً عندما يكون $|\text{أ}| = \Delta \neq ٠$.

و بفرض أن أ^{-1} المعكوس الضربي للمصفوفة أ فان : $\text{أ}^{-1} = \frac{١}{\Delta} \begin{pmatrix} \text{ء} & -\text{ب} \\ -\text{حـ} & \text{أ} \end{pmatrix}$

حل معادلتين آنيتين باستخدام معكوس المصفوفة :

النظام التالي : ٣ س + ٢ ص = ١١ ، س – ٥ ص = ١٥ يمكن كتابته بالصورة :

$$\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & -٥ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١١ \\ ١٥ \end{pmatrix}$$

مصفوفة المعاملات أ — مصفوفة المجاهيل س — مصفوفة الثوابت ج

و للحصول على مصفوفة المجاهيل س :

نوجد المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات أ و نضربها في مصفوفة الثوابت ج من جهة اليمين

و تكون : س = أ^{-1} × ج

أي أن مصفوفة المجاهيل = المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات × مصفوفة الثوابت

مثال محلول (١)

أثبت أن للمصفوفة $أ = \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ معكوس ضربي و أوجده

الحـــــــــــــــــــــــل

$\because |أ| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٥ & ٣ \end{vmatrix} = ٤ \times ٣ - ٢ \times ٥ = ١٢ - ١٠ = ٢$

$\because |أ| \neq ٠$ $\therefore$ للمصفوفة ا معكوس ضربي

$$أ^{-١} = \frac{١}{\Delta} \begin{pmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{pmatrix} = \frac{١}{٢} \begin{pmatrix} ٣ & -٢ \\ -٥ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٣}{٢} & -١ \\ \frac{-٥}{٢} & ٢ \end{pmatrix}$$

تدريب (١): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

أي المصفوفات التالية لها معكوس ضربي ؟

(أ) $\begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ٤ & ٤ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٦ & ٤ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٥ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ٢ & -٣ \end{pmatrix}$

مثال محلول (٢)

أوجد قيمة ك التي تجعل المصفوفة $أ = \begin{pmatrix} ك & ١ \\ ٦ & ٢ \end{pmatrix}$ ليس لهامعكوس ضربي

الحـــــــــــــــــــــــل

$\because$ المصفوفة أ ليس لها معكوس صربي $\therefore |أ| = ٠$

$\therefore \begin{vmatrix} ك & ١ \\ ٦ & ٢ \end{vmatrix} = ٠ \Longleftarrow \therefore ٢ \times ك - ١ \times ٦ = ٠ \Longleftarrow ك = ٣$

تدريب (٢): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت المصفوفة $أ = \begin{pmatrix} ٦ & ٢ \\ -٣ & ك \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي فان ك = ...

(أ) ١ (ب) −١ (ج) ٦ (د) −٦

مثال محلول (٣)

اذا كانت $\text{أ} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ أوجد المصفوفة ب التي تحقق أن :

$$\text{أ ب} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

الحــــــــــــــــــــــــــــل

$$\because \text{أ ب} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{ب} = \text{أ}^{-1} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\because |\text{أ}| = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 3 - (-1)(-2) = 4$$

$$\text{أ}^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{ب} = \text{أ}^{-1} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{ب} = \quad = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{ب} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 4 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{ب} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

تدريب (٣): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times \text{ج} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ فان : ج = ...

(أ) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

مثال محلول (٤)

حل نظام المعادلات التالية باستخدام المصفوفات :

$$٣\text{س} + ٧\text{ص} = ٢ \qquad ، \qquad ٢\text{س} + ٥\text{ص} = ١$$

الحـــــــــــــــــــــل

$\because$ مصفوفة المعاملات $\text{م} = \begin{pmatrix} ٣ & ٧ \\ ٢ & ٥ \end{pmatrix}$ ، مصفوفة المجاهيل $\text{س} = \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix}$ ، مصفوفة الثوابت $\text{ج} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix}$

$\therefore \begin{pmatrix} ٣ & ٧ \\ ٢ & ٥ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix}$ نوجد المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات م

$\because |\text{م}| = \begin{vmatrix} ٣ & ٧ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ٣\times٥ - ٢\times٧ = ١$ $\qquad \therefore \text{م}^{-١} = \frac{١}{١}\begin{pmatrix} ٥ & -٧ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}$

$$\therefore \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \frac{١}{١}\begin{pmatrix} ٥ & -٧ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ \\ ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٠ + (-٧) \\ (-٤) + ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ \\ -١ \end{pmatrix}$$

$\therefore$ $\text{س} = ٣$ ، $\text{ص} = -١$

تدريب (٤): اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

اذا كانت $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{م} \\ \text{ب} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix}$ فان : $\text{م} + \text{ب} =$ ....

(أ) ٣   (ب) ٤   (ج) ٥   (د) ٦

حل التدريبات

حل تدريب (١) : ج

حل تدريب (٢) : ب

حل تدريب (٣) : أ

حل تدريب (٤) : د

تمارين على الدرس الخامس

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٧ \\ أ & -٧ \end{pmatrix}$ لها معكوس ضربي فان : ....

(أ) $أ \neq -١$ (ب) $أ \neq ٧$ (ج) $أ \neq ١$ (د) $أ \neq -٧$

(٢) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ٦ & ١ \end{pmatrix}$ فان المعكوس الضربي للمصفوفة أ هو $أ^{-١}$ = ...

(أ) $\frac{١}{١٢}\begin{pmatrix} -٣ & ٦ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (ب) $\frac{١}{٥١}\begin{pmatrix} -٣ & ٦ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (ج) $\frac{١}{١٢}\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ -٦ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\frac{١}{٥١}\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ -٦ & ٣ \end{pmatrix}$

(٣) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} -٦ & -٣ \\ -٤ & ٢ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ \\ ٧ & -١ \end{pmatrix}$ فان : $(أ + ب)^{-١}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -١ & ٠ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

(٤) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٥ & ٢ \\ ٨ & ٣ \end{pmatrix}$ فان : $(أ^{مد})^{-١}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٨ & ٥ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٥ & -٢ \\ -٨ & ٣ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٣ & ٨ \\ ٢ & -٥ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -٣ & ٨ \\ ٢ & -٥ \end{pmatrix}$

(٥) اذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٤ & ٦ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ وكانت : أ × ج = ب فان : ج = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -١ & ٠ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

(٦) المصفوفة $أ = \begin{pmatrix} ٩ & ك \\ ك & ٤ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي عندما ك = ...

(أ) −٦ (ب) ٦ (ج) ±٦ (د) ٣٦

(٧) المصفوفة $\text{أ} = \begin{pmatrix} \text{ك} & ٦ \\ -٤ & -٢ \end{pmatrix}$ لها معكوس ضربي فان : ك ∈ ....

(أ) ح (ب) ح - { -١٢ } (ج) ح - { ١٢ } (د) { -١٢ }

(٨) اذا كان : $\text{أ}^{-١} = \begin{pmatrix} ٤ & -٣ \\ -٢ & ٥ \end{pmatrix}$ وكان : $\text{أ} \times \begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٣ \end{pmatrix}$ فان : س = ...

(أ) -٧ (ب) -٩ (ج) ٧ (د) ٩

(٩) عند حل المعادلتين : أس + ب ص = ٥ ، جس + ءص = -١ وجد أن المصفوفة $\begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{ح} & \text{ء} \end{pmatrix}$

معكوسها الضربي هو $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$ فان : س + ص = ...

(أ) -٣ (ب) ٠ (ج) ٣ (د) ٩

(١٠) النظام التالي : ٣أ + ٢ ب = ١٣ ، ٢أ + ٣ ب = ٧ يعبر عنه في صورة مصفوفة كالتالي ....

(أ) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{أ} \\ \text{ب} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٣ \\ ٧ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{أ} \\ \text{ب} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٧ \\ ١٣ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} ٣ & ٣ \\ ٢ & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{أ} \\ \text{ب} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٣ \\ ٧ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{أ} \\ \text{ب} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٣ \\ ٧ \end{pmatrix}$

حل تمارين على الدرس الخامس

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	أ	ب	ب	د	أ	ج	ج	ج	أ	د

الدرس الثالث : حل المثلث القائم الزاوية

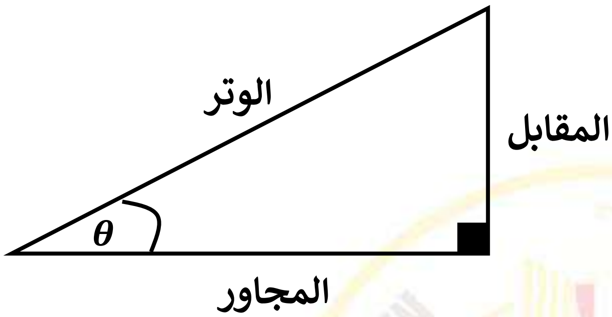
تعريـــــف: حل المثلث هو إيجاد قياسات زواياه و أطوال اضلاعه الغير معلومة.

تذكـــــــر أن :

جا θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جتا θ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

ظا θ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

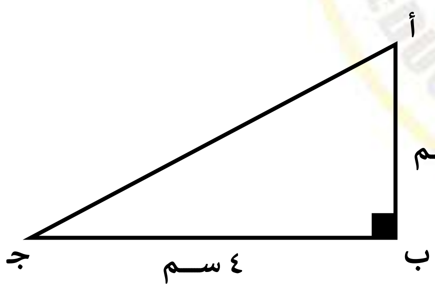


مثـــــال[١]:

حل المثلث أ ب جـ الذي فيه : ق(∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم

الحل

أ جـ = $\sqrt{٤^{٢} + ٣^{٢}}$ = ٥ سم (فيثاغورث)

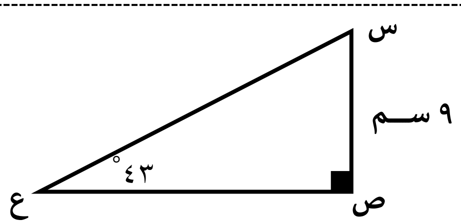


∵ ظا جـ = $\frac{٣}{٤}$ ⟸ ق(∠جـ) ≃ $٣٦^\circ \; ٥٢'$

ق(∠أ) = ١٨٠° − (٩٠° + $٣٦^\circ \; ٥٢'$) ≃ $٥٣^\circ \; ٨'$

تدريـــب[١]: حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب و الذي فيه : أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٨ سم

مثـــــال[٢]: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



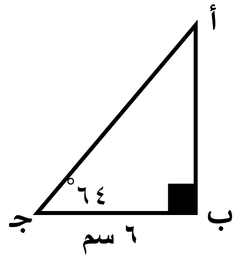
في الشكل المقابل : ص ع ≃ .... سم

(أ) ١٠,٢ (ب) ٩,٧ (جـ) ٨,٦ (ء) ١١,٤

الحل

$\text{ظا } ٤٣^\circ = \frac{٩}{\text{ص ع}}$ ⬅ $\text{ص ع} = \frac{٩}{\text{ظا } ٤٣^\circ}$ ⬅ ∴ ص ع ≈ ٩,٧ سم

تدريـــب[٢]: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

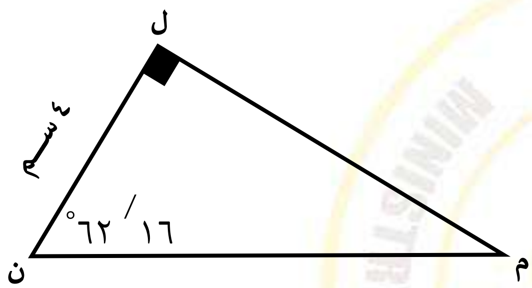


في الشكل المقابل : أ ب ≃ .... سم

(أ) ١٢,٣ **(ب)** ١٠,٨ **(جـ)** ٩,٥ **(ء)** ١١,٤

مثـــــال[٣]:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



في الشكل المقابل :

م ن ≃ .... سم

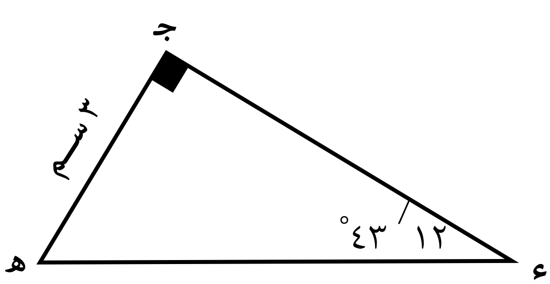
(أ) ٩,٤ **(ب)** ٦,٨ **(جـ)** ٥,٨ **(ء)** ٨,٦

الحل

∵ $\text{جتا } ١٦ \,/\, ٦٢^\circ = \frac{٤}{\text{م ن}}$ ⬅ ∴ $\text{م ن} = \frac{٤}{\text{جتا } ١٦ \,/\, ٦٢^\circ}$ ≃ ٨,٦ سم

تدريـــب[٣]:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



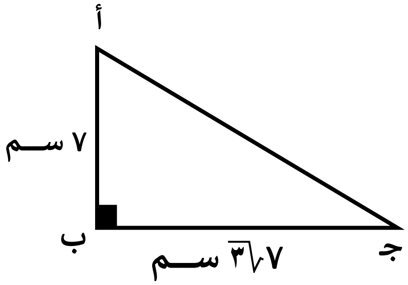
في الشكل المقابل :

ء هـ ≃ .... سم

(أ) ٤,٦ **(ب)** ٥,٨

(جـ) ٤,٤ **(ء)** ٦,٢

مثـــــال٤: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

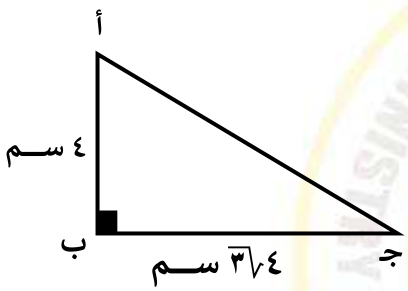
ق(∠ جـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (ء) ٧٥°

الحل

∵ ظا جـ = $\frac{٧}{٧\sqrt{٣}}$ ⬅ ق(∠ جـ) = ٣٠°

تدريـــب٤: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



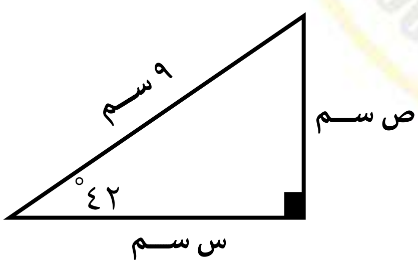
في الشكل المقابل :

ق(∠ أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (ء) ٧٥°

مثـــــال٥:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

س + ص ≃ .... سم

(أ) ١٢,٧١ (ب) ١٤,١٢ (جـ) ١١,٥٦ (ء) ١٣,٤٨

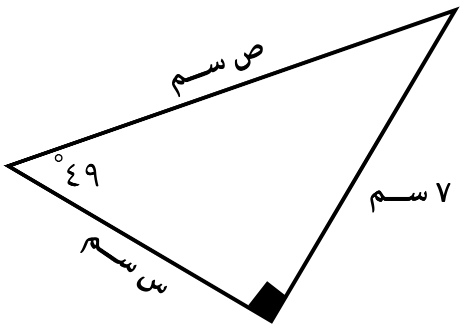
الحل

∵ جا ٤٢° = $\frac{ص}{٩}$ ⬅ ∴ ص = ٩ × جا ٤٢° ≃ ٦,٠٢ سم

∵ جتا ٤٢° = $\frac{س}{٩}$ ⬅ ∴ س = ٩ × جتا ٤٢° ≃ ٦,٦٩ سم

∴ س + ص ≃ ١٢,٧١ سم

تدريـــب٥: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



في الشكل المقابل :

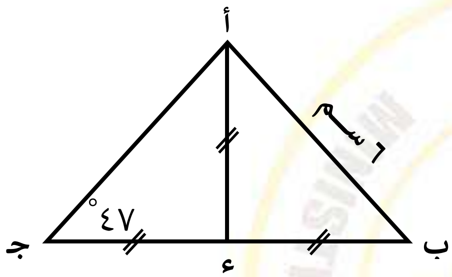
س + ص ≃ .... سـم

(أ) ١٥,٣٦ (ب) ٢١,٤٣

(جـ) ١٨,٧٤ (ء) ١٩,٩٥

مثـــــال٦:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

أجـ ≃ .... سـم

(أ) ٤ (ب) ٥

(جـ) ٦ (ء) ٧

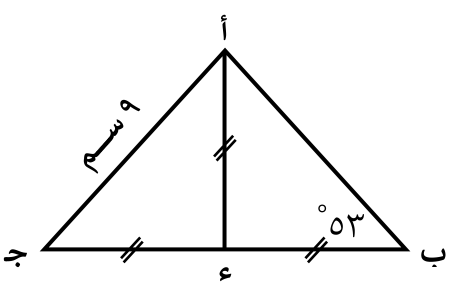
الحل

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط ، أء = $\frac{١}{٢}$ ب جـ ∴ ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠°

∵ ظا ٤٧° = $\frac{٦}{\text{أجـ}}$ ∴ أجـ = $\frac{٦}{\text{ظا } ٤٧°}$ ≃ ٦ سم

تدريـــب٦:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

أء ≃ .... سـم

(أ) ٤ (ب) ٥

(جـ) ٣ (ء) ٦

إجابات التدريبات

تدريب ١:

الجواب : أ ب = ٦ سم ، ق(∠ أ) ≃ ٥٣°، ق(∠ حـ) ≃ ٣٦°

تدريب ٢:

الجواب : (أ)

تدريب ٣:

الجواب : (جـ)

تدريب ٤:

الجواب : (جـ)

تدريب ٥:

الجواب : (أ)

تدريب ٦:

الجواب : (ب)

تمارين على الدرس الثالث

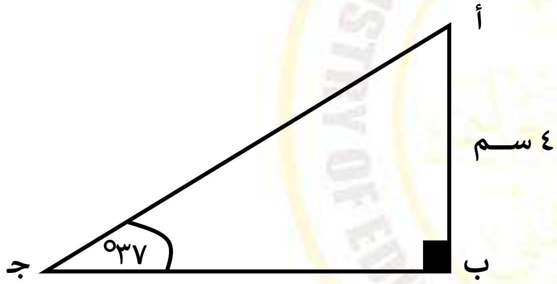
(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) في الشكل المقابل:

أ جـ ≈ .... سم

(أ) ٤,٨ (ب) ٧,٤

(جـ) ٥,٦ (ء) ٦,٦



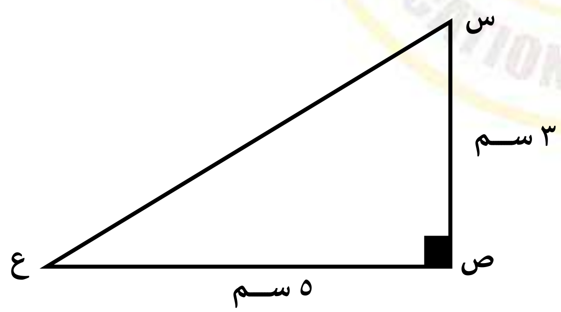
---

(٢) في الشكل المقابل:

ق ($\hat{ع}$) ≈ ....

(أ) ٣١° (ب) ٤٢°

(جـ) ٣٨° (ء) ٤٤°



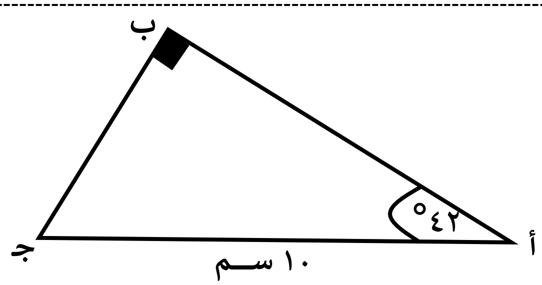
---

(٣) في الشكل المقابل:

أ ب ≈ .... سم

(أ) ٥,٦ (ب) ٦,٨

(جـ) ٧,٤ (ء) ٨,٢

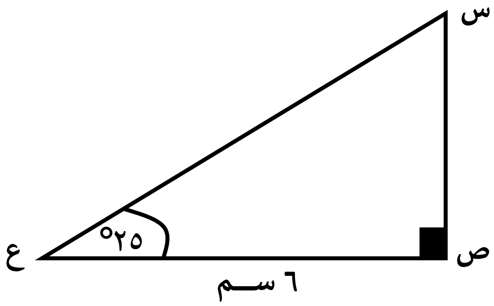


(٤) في الشكل المقابل:

س ص ≈ .... سم

(أ) ٦ طا ٢٥°   **(ب)** ٦ طتا ٢٥°

(جـ) ٦ حا ٢٥°   **(ء)** ٦ حتا ٢٥°



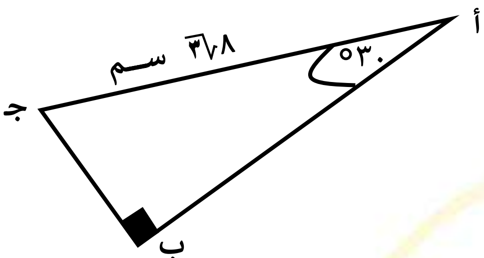
---

(٥) في الشكل المقابل:

أ ب ≈ .... سم

(أ) ٨   **(ب)** ١٢

(جـ) ٦   **(ء)** ١٢√٣



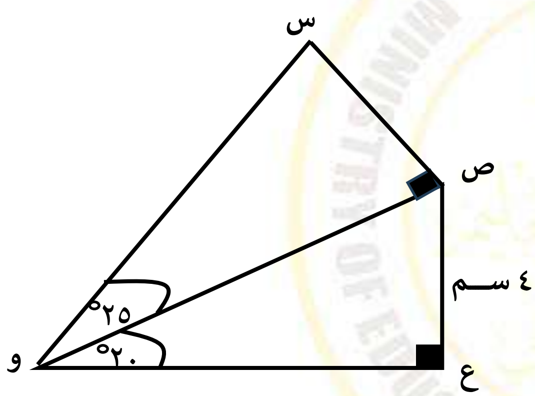
---

(٦) في الشكل المقابل:

و س ≈ .... سم

(أ) ٤ طا ٢٠° ظتا ٢٥°   **(ب)** ٤ حتا ٢٠° حا ٢٥°

(جـ) ٤ قتا ٢٠° حا ٢٥°   **(ء)** ٤ قتا ٢٠° قا ٢٥°



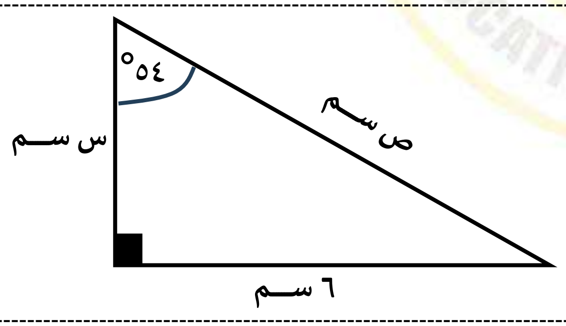
---

(٧) في الشكل المقابل:

س + ص ≈ .... سم

(أ) ١١,٨   **(ب)** ١٢,٨

(جـ) ١٠,٨   **(ء)** ١٣,٨



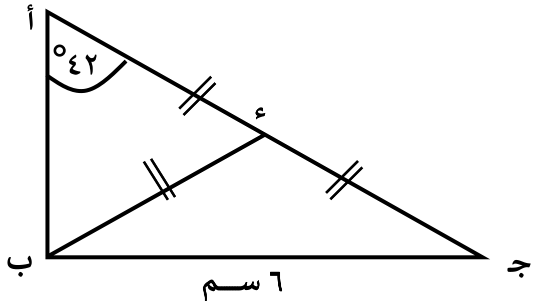
---

(٨) في الشكل المقابل:

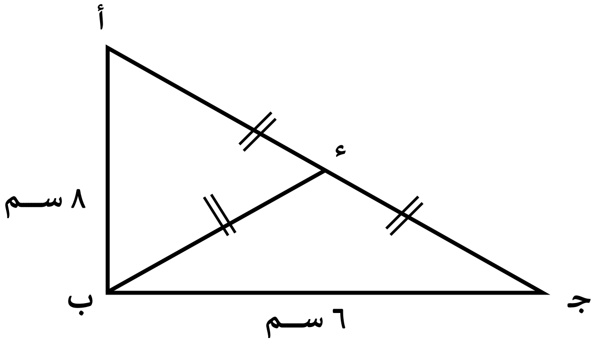
أ ب ≈ .... سم

(أ) ٤,٨   **(ب)** ٦,٧

(جـ) ٨,٢   **(ء)** ٥,٧



(٩) في الشكل المقابل:



ق (∠ جـ) ≈ ....

(أ) ٤٢° (ب) ٥٦°

(جـ) ٤٨° (ء) ٥٣°

(ب) حل ∆ أ ب جـ الذي فيه ق (∠ب) = ٩٠° إذا كان :

(١) أ ب = ٦ سم ، ق (∠جـ) = ٤٨°

(٢) أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٧ سم

إجابة تمارين على الدرس الثالث

(أ) :

(١) (ء)	(٢) (أ)	(٣) (جـ)	(٤) (أ)	(٥) (ب)
(٦) (ء)	(٧) (أ)	(٨) (ب)	(٩) (ء)	

(ب):

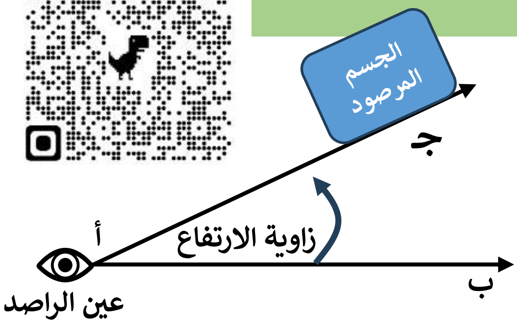
(١) أ جـ = ٨,٠٧ سم ، ب جـ = ٥,٤ سم ، ق (∠أ) = ٤٢°

(٢) أ جـ ≈ ٩,٢٢ سم ، ق (∠ حـ) ≃ ٣٦′ ٤٠° ، ق (∠ حـ) ≃ ٢٤′ ٤٩°

وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

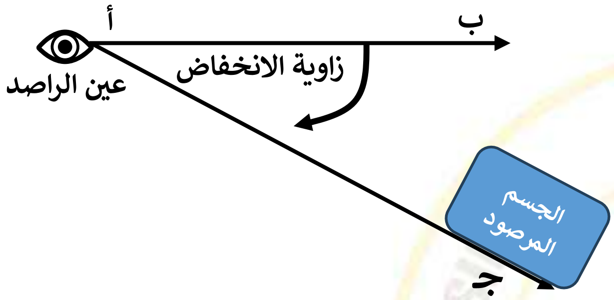
الدرس الرابع : زوايا الارتفاع والانخفاض

تعريـــف١:



زاوية الارتفاع : هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الأفقي $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ و الشعاع الواصل بين عين الراصد و الجسم المرصود $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$.

تعريـــف٢:

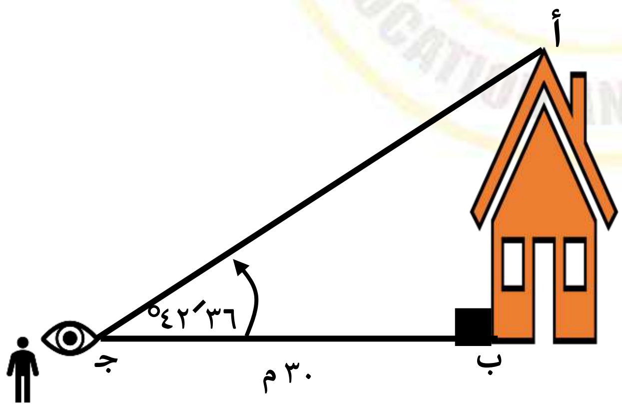


زاوية الانخفاض : هي الزاوية المحصورة بين الشعاع الأفقي $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ و الشعاع الواصل بين عين الراصد و الجسم المرصود $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$.

مثـــــال١: من نقطة على سطح الأرض على بُعد ٣٠ متراً عن قاعدة منزل ، رصد رجل زاوية ارتفاع قمة المنزل فكان قياسها ٣٦َ ٤٢ْ ، اوجد ارتفاع المنزل لأقرب متر.

الحل

بفرض أ ب يُمثل طول ارتفاع المنزل



∴ طـا ٣٦َ ٤٢ْ = $\frac{\text{أ ب}}{٣٠}$

∴ أ ب = ٣٠ × ظا ٣٦َ ٤٢ْ

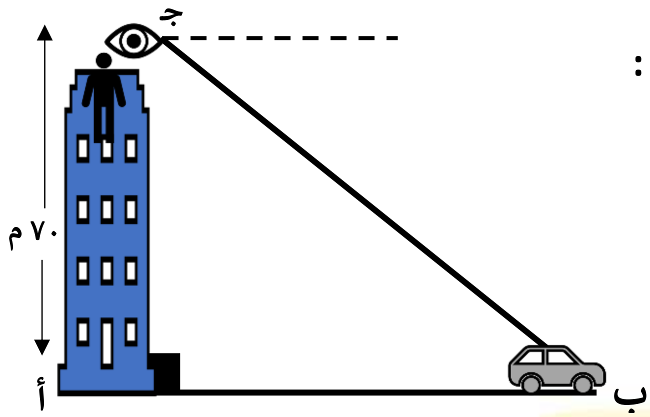
≈ ٢٨ متراً

تدريـــب١:

من نقطة على سطح الأرض رصد رجل زاوية ارتفاع قمة منزل فكان قياسها ١٥َ ٤٤ْ ، فإذا كان ارتفاع المنزل ٣٥ م اوجد لأقرب متر بعد الرجل عن قاعدة المنزل.

مثـــــال[٢]:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

رصد الرجل زاوية انخفاض السيارة و كان

قياسها ١٧′ ٤٣° فإن بُعد السيارة عن

قاعدة البرج ≈ .... متر

بفرض إهمال طول الرجل.

(أ) ٨٤ (ب) ٧٤ (ج) ٦٤ (ء) ٥٤

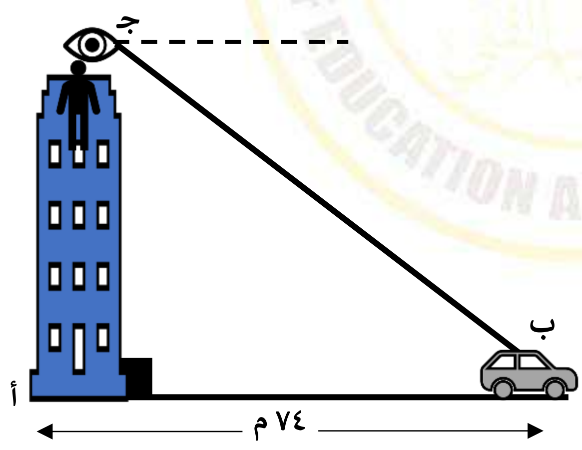
الحل

بفرض أ ب يُمثل بُعد السيارة عن قاعدة المنزل

$\therefore$ ظا ١٧′ ٤٣° = $\frac{\text{٧٠}}{\text{أ ب}}$ $\therefore$ أ ب = $\frac{\text{٧٠}}{\text{ظا ١٧′ ٤٣°}}$ ≃ ٧٤ متراً

تدريـــب[٢]:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



في الشكل المقابل :

إذا رصد رجل زاوية انخفاض السيارة و كان

قياسها ١٧′ ٤٣° ، فإن ارتفاع البرج ≃ .... متر

بفرض إهمال طول الرجل.

(أ) ٩٠ (ب) ٦٠

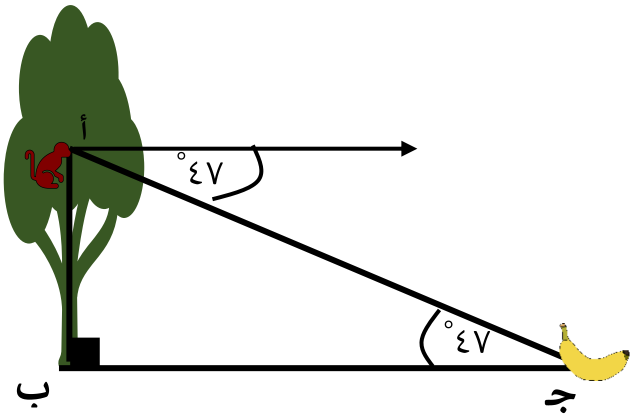
(ج) ٨٠ (ء) ٧٠

مثـــــال[٣]: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

من قمة شجرة ارتفاعها ٧ م ، رصد قرد زاوية انخفاض موزة تقع في المستوى الافقي المار بقاعدة الشجرة ، فكان قياسها ٤٧° ، فإن بعد القرد عن الموزة يساوي .... لأقرب متر.

(أ) ١٢ (ب) ١٠ (ج) ٩ (ء) ٨

الحل



جا ٤٧° = $\frac{٧}{\text{أ جـ}}$

∴ أ جـ = $\frac{٧٠}{\text{جا ٤٧°}}$ ≃ ١٠ متر = بُعد القرد عن الموزة

تدريـــب٣:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

من قمة شجرة ارتفاعها ٧ م ، إذا رصد قرد زاوية انخفاض موزة تقع في المستوى الافقي المار بقاعدة الشجرة ، فكان قياسها ٤٧°، فإن بُعد الموزة عن قاعدة الشجرة يساوي .... لأقرب متر.

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (ء) ٧

مثـــــال٤:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

عمود إنارة ارتفاعه ٦ متر ، فإذا كان طول ظله على الأرض ٤,٨ متر ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ يساوي .... لأقرب درجة.

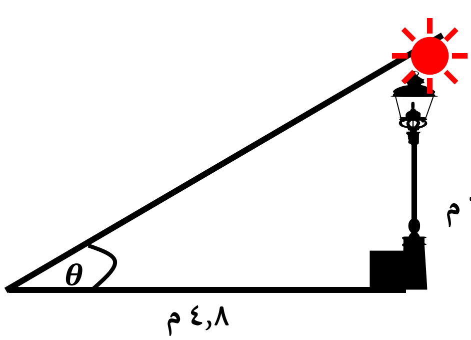
(أ) ٥١° (ب) ٤٨° (جـ) ٦٧° (ء) ٣٩°

الحل

يفرض θ قياس زاوية ارتفاع الشمس

∵ ظا θ = $\frac{٦}{٤,٨}$

∴ θ ≃ ٥١°



تدريــــب[٤]:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

رجل طوله ١٨٠ سم ، فإذا كان طول ظله على الأرض ١٩٠ سم ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ يساوي .... لأقرب درجة.

(أ) ٣٨° (ب) ٤٠° (جـ) ٤٣° (ء) ٤٧°

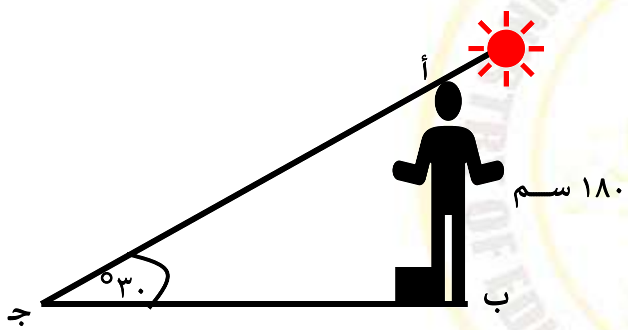
مثـــــال[٥]:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

إذا كان قياس زاوية ارتفاع الشمس ٣٠° ، فإن طول ظل الرجل الذي طوله ١٨٠ سم يساوي .... سم

(أ) ٩٠ $\sqrt{٣}$ (ب) ١٨٠ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٣٦٠ $\sqrt{٣}$ (ء) ١٢٠ $\sqrt{٣}$

الحل



بفرض أن : طول ظل الرجل ب ج

$\because$ ظا $٣٠^\circ = \frac{١٨٠}{\text{ب ج}}$

$\therefore$ ب ج $= \frac{١٨٠}{\text{ظا } ٣٠^\circ} = ١٨٠\sqrt{٣}$

تدريــــب[٥]:

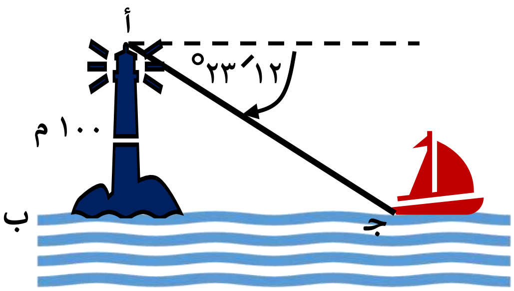
اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

إذا كان قياس زاوية ارتفاع الشمس ٣٠° ، فإن طول رجل طول ظله على الأرض ١٧٠ $\sqrt{٣}$ سم يساوي .... سم

(أ) ٢٤٠ $\sqrt{٣}$ (ب) ١٧٠ (جـ) ١٧٠ $\sqrt{٣}$ (ء) ١٩٠

مثـــــال[٦]: **من قمة منارة ارتفاعها ١٠٠ متر قيست زاوية انخفاض سفينة فكان قياسها ٢٣° $١٢'$ ، فأوجد بُعد السفينة عن قاعدة المنارة إذا كانت السفينة تقع مع قاعدة المنارة في مستوى أفقي واحد.**

الحل



بفرض أن بُعد السفينة عن قاعدة المنارة ب جـ

$\because$ طا ١٢َ ٢٣° = $\frac{١٠٠}{\text{ب جـ}}$

$\therefore$ ب جـ = $\frac{١٠٠}{\text{طا ١٢َ ٢٣°}}$ ≃ ٢٣٣,٣٢ متر

تدريـــب٦:

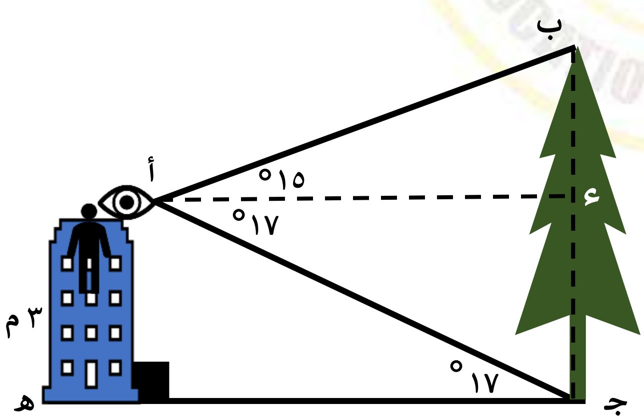
من قمة منارة قيست زاوية انخفاض سفينة فكان قياسها ١٥َ ٣٤° ، فإذا كانت السفينة تبعد عن قاعدة المنارة ٣٠ م فأوجد لأقرب متر ارتفاع المنارة علمًا بأن السفينة تقع مع قاعدة المنارة في مستوى أفقي واحد.

مثـــــال٧:

من شرفة منزل على ارتفاع ٣ م عن سطح الأرض رصد رجل زاويتي ارتفاع و انخفاض قمة و قاعدة شجرة فكان قياسهما ١٥°، ١٧° على الترتيب ، فإذا علمت ان كلاً من قاعدة الشجرة و قاعدة المنزل في مستوى أفقي واحد .

أوجد لأقرب متر ارتفاع الشجرة.

الحل



بفرض طول الشجرة ب جـ

في Δ أ جـ هـ

طا ١٧° = $\frac{٣}{\text{جـ هـ}}$

جـ هـ = $\frac{٣}{\text{طا ١٧°}}$ ≃ ٩,٨١ م

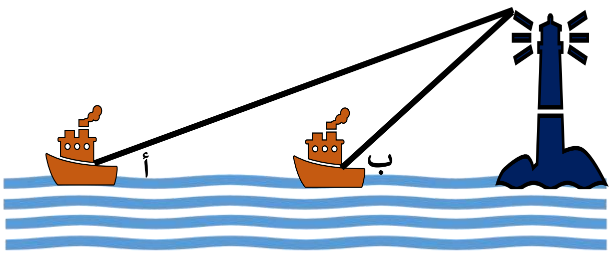
$\therefore$ أ ء ≃ ٩,٨١ م

في Δ أ ء ب

$\because$ طا ١٥° = $\frac{\text{ب ء}}{٩,٨١}$ $\therefore$ ب ء = ٩,٨١ × طا ١٥° ≈ ٢,٦٣ م

ب جـ = جـ ء + ب ء $\therefore$ ب جـ = ٣ + ٢,٦٣ = ٥,٦٣ م

تدريـــب٧:



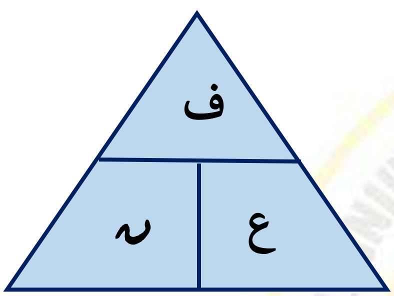
في الشكل المقابل:

تقترب سفينة من منارة ارتفاعها ٥٠ م رصدت قمة المنارة عندما كانت السفينة عند نقطة أ فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها ٢٥° و رصدت قمة المنارة عندما كانت السفينة عند نقطة ب فكان قياسها ٣٥° فإذا قطعت السفينة المسافة من أ إلى ب بسرعة منتظمة في ١٠ دقائق ، اوجد هذه السرعة.

تذكـــــــر أن :

$$ع = \frac{ف}{ن}$$

حيث ف المسافة ، ع السرعة ، ن الزمن



إجابات التدريبات

تدريـــب١:

الجواب : ٣٦ م

تدريـــب٢:

الجواب : (ء)

تدريـــب٣:

الجواب : (ء)

تدريـــب٤:

الجواب : (جـ)

تدريـــب٥:

الجواب : (ب)

تدريـــب٦:

الجواب : ٢٠,٤٣ م

تدريـــب٧:

الجواب : ٣,٥٨ م/د

تمارين على الدرس الرابع

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٤٠ متراً عن قاعدة برج ، قيست زاوية ارتفاع قمة البرج فكان قياسها ٦٥°
فإن ارتفاع البرج لأقرب متر يساوي .... م .

(أ) ٨٤ (ب) ٨٦ (جـ) ٨٧ (ء) ٨٥

---

(٢) من قمة برج ارتفاعه ٧٠ متراً رصد رجل زاوية انخفاض سيارة واقعة في المستوى الأفقي المار بقاعدة البرج ، فكان قياسها ٥٣° ١٢َ ، فإن بعد السيارة عن قاعدة البرج تساوي تقريبًا .... م .

(أ) ٥٢ (ب) ٦٤ (جـ) ٤٨ (ء) ٥٩

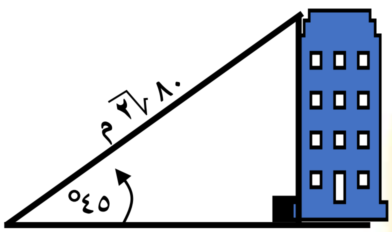
---

(٣) في الشكل المقابل:

ارتفاع البرج ≃ .... متراً.

(أ) ١٦٠ (ب) ١٦٠$\sqrt{٢}$

(جـ) ٤٠$\sqrt{٢}$ (ء) ٨٠



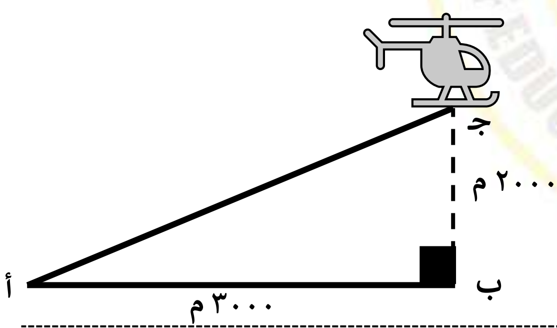
---

(٤) في الشكل المقابل:

قياس زاوية ارتفاع الطائرة المرصودة من نقطة أ تساوي .... لأقرب درجة.

(أ) ٥٢° (ب) ٥٤°

(جـ) ٣٤° (ء) ٥٨°



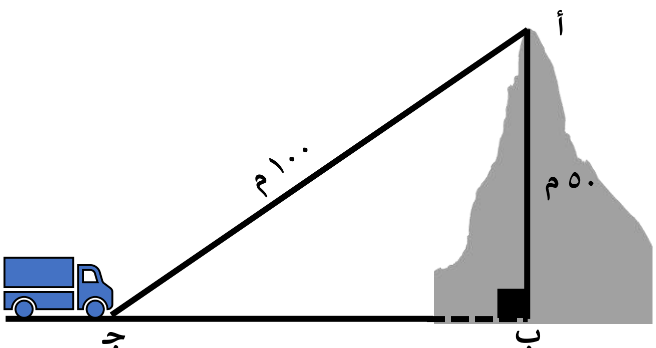
---

(٥) في الشكل المقابل:

قياس زاوية انخفاض السيارة المرصودة من نقطة أ يساوي .... لأقرب درجة.

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥°

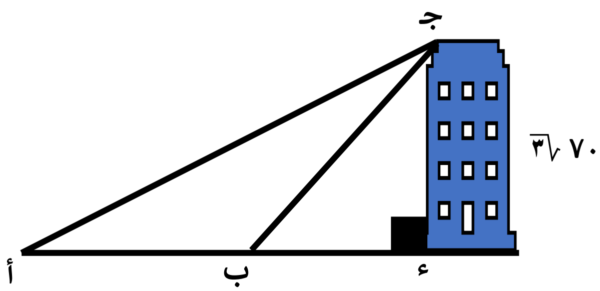
(جـ) ٦٠° (ء) ٧٥°



---

(٦) في الشكل المقابل:

إذا كان قياس زاويتا ارتفاع قمة البرج الذي طوله ٧٠ $\sqrt{3}$ متر من النقطتين أ ، ب على نفس الخط الأفقي المار بقاعدة البرج هما ٣٠°، ٦٠° على الترتيب فإن البعد بين النقطتين أ ، ب يساوي .... متر.



(أ) ٧٠ $\sqrt{3}$ (ب) ١٤٠ (ج) ٧٠ (ء) ١٤٠ $\sqrt{3}$

---

(٧) في الشكل المقابل:

رجل طوله ١,٥ م على بعد ٨ م من قاعدة سارية علم رأسى ، فإذا رصد الرجل زاوية ارتفاع أعلى نقطة في سارية العلم ، فكان قياسها ٤٣° ١٧َ ، فإن طول السارية .... لأقرب متر.

(أ) ٧ (ب) ٨ (ج) ٩ (ء) ١٠

---

(٨) في الشكل المقابل:

عمود إنارة ارتفاعه ٦,٥ م يلقي ظلاً على الأرض طوله ٥,٥ متر ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ .... لأقرب درجة.

(أ) ٥٠° (ب) ٥٤° (ج) ٥٨° (ء) ٦٠°

---

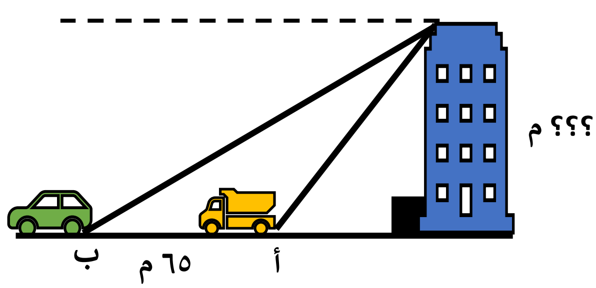
(٩) من قمة صخرة ارتفاعها ٣٠٠ متر عن سطح البحر ، قيست زاوية انخفاض قارب يبعد ٤٠٠ متر عن قاعدة الصخرة ، فإن قياس زاوية انخفاض القارب تساوي .... لأقرب درجة.

(أ) ٣٥° (ب) ٣٧° (ج) ٣٨° (ء) ٤٩°

---

(١٠) في الشكل المقابل:

من قمة برج رصدت زاويتي انخفاض السيارتين عند النقطتين أ ، ب الواقعتين في المستوى الأفقي المار بقاعدة البرج ، فكان قياسهما ٦٤°، ٤٤° على الترتيب فإن ارتفاع البرج ≈ .... متر.



(أ) ٨٧ (ب) ٦٨ (ج) ٥٩ (ء) ٥٦

إجابة تمارين على الدرس الرابع

(١) (ب)

(٢) (أ)

(٣) (ء)

(٤) (جـ)

(٥) (أ)

(٦) (ب)

(٧) (جـ)

(٨) (أ)

(٩) (ب)

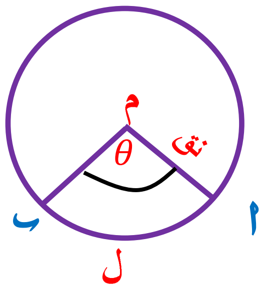
(١٠) (ء)

الدرس الخامس : القطاع الدائرى

ملخص الدرس :

تعريف القطاع الدائرى: هو جزء من سطح الدائرة محدد بقوس فيها وبنصفى القطرالمارين بطرفى هذا القوس .

قوانين هامة :



محيط القطاع = ٢نق + ل

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق ل

أو مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ $\theta^{د}$ نق^{٢} ← مساحة القطاع = $\frac{س^\circ}{٣٦٠^\circ}$ × مساحة الدائرة

حيث : $\theta^{د}$ هى قياس زاوية القطاع بالتقدير الدائرى ، س$^\circ$ هى قياس زاوية القطاع بالتقدير الستينى

مثال محلول (١) : قطاع دائرى قياس زاويته المركزية ٦٠$^\circ$ مرسوم فى دائرة طول قطرها ١٢ سم ، احسب مساحة سطحه ؟

الحل

تذكر أن

مساحة الدائرة = π نق^{٢}

مساحة القطاع = $\frac{س^\circ}{٣٦٠^\circ}$ × مساحة الدائرة

= $\frac{٦٠^\circ}{٣٦٠^\circ}$ × π × ٦^{٢} = ٦ π سم^{٢}

تدريب (١) : اختر الإجابة الصحيحة : قطاع دائرى قياس زاويته المركزية ٣٠$^\circ$ مرسوم فى دائرة طول نصف قطرها ٦ سم ، فإن مساحة سطحه = ... سم^{٢}

(أ) π (ب) ٢ π (جـ) ٣ π (د) ٤ π

مثال محلول (٢) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته ٨ سم ، محيطه ٢٤ سم فإن مساحة سطحه = ... سم^{٢}

(أ) ٩٦ (ب) ٣٦ (جـ) ٤٨ (د) ٣٢

الحل

∵ محيط القطاع = ٢ نق + ل

∴ ٢٤ = ٢ × ٨ + ل ← ل = ٨

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق ل = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٨ = ٣٢ سم^{٢}

تدريب (٢) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائرى طول قطر دائرته ١٢ سم ، محيطه ٣٦ سم فإن مساحة سطحه = ... سم^{٢}

(أ) ٧٢ (ب) ٣٦ (جـ) ٤٨ (د) ٣٢

مثال محلول (٣) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته ١٠ سم ، مساحته ٢٥ سم^{٢} فإن طول قوسه = ... سم

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

الحل

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق ل

٢٥ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ ل ∴ ل = ٥ سم

تدريب (٣) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته ٨ سم ، محيطه ٢٤ سم فإن طول قوسه = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

مثال محلول (٤) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائرى مساحته ١٦ سم^{٢} ، ومحيطه ٢٠ سم ، فإن قياس زاويته المركزية = (...........)^{د}

(أ) $(\frac{١}{٢})^{د}$ أو $(٨)^{د}$ (ب) $(\frac{١}{٢})^{د}$ أو $(\frac{٣}{٤})^{د}$

(جـ) $(\frac{١}{٤})^{د}$ أو $(\frac{١}{٨})^{د}$ (د) $(\frac{١}{٢})^{د}$ أو $(\frac{١}{٤})^{د}$

الحل

∵ محيط القطاع = ٢ نق + ل ← ٢ نق + ل = ٢٠ (١)

∵ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق ل ← $\frac{١}{٢}$ نق ل = ١٦ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢)

$\frac{١}{٢}$ نق (٢٠ − ٢نق) = ١٦ ← ∴ نق^{٢} − ١٠ نق + ١٦ = صفر

∴ نق = ٨ أو نق = ٢

بالتعويض فى (١) | بالتعويض فى (٢)

∴ ل = ٢٠ − ٢ × ٨ = ٤ سم | ∴ ل = ٢٠ − ٢ × ٢ = ١٦ سم

$\theta^{د} = (\frac{١}{٢})^{د}$ | $\theta^{د} = (٨)^{د}$

تدريب (٤) : اختر الإجابة الصحيحة :

قطاع دائرى مساحته ٧٥ سم^{٢} ، ومحيطه ٣٥ سم ، فإن طول قوسه = ... سم

(أ) ١٠ أو ١٥ (ب) ١٥ أو ٢٠ (جـ) ١٠ أو ٢٠ (د) ٥ أو ١٥

حلول التدريبات

حل تدريب (١) : (جـ) ٣ π

حل تدريب (٢) : (أ) ٧٢

حل تدريب (٣) : (د) ٨

حل تدريب (٤) : (ب) ١٥ أ، ٢٠

تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة :

(١) محيط القطاع الدائرى الذى طول قطر دائرته ١٢ سم وطول قوسه ٥ سم = ... سم

(أ) ١٦ (ب) ١١ (جـ) ٢٩ (د) ١٧

(٢) مساحة القطاع الدائرى الذى طول نصف قطر دائرته ٦ سم ، طول قوسه ١٠ سم يساوى ...... سم^{٢}

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٢ (د) ١٥

(٣) مساحة القطاع الدائرى الذى قياس زاويته المركزية $(١,٤)^{د}$ وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم

تساوى .... سم^{٢}

(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) ٢٨ (د) ٢٠.

(٤) قطاع دائرى محيطه ٢٤ سم وطول قوسه ١٠ سم ، فإن طول قطر دائرته .... سم

(أ) ٦ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٣

(٥) قطاع دائرى مساحة سطحه ٤٨ سم^{٢}، وطول قوسه ١٢ سم،فإن طول نصف قطر دائرته ...... سم

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ١٦

(٦) طول قوس القطاع الدائرى الذى مساحة سطحه ٨ π سم^{٢} ، وقياس زاويته المركزية $\frac{١}{٤}\pi$

يساوى .... سم

(أ) ٤ π (ب) ٦ π (جـ) ٨ π (د) ١٢ π

(٧) قطاع دائرى محيطه ٣٦ سم وطول قوسه ٨ سم ، فإن مساحة سطح دائرته .... سم^{٢}

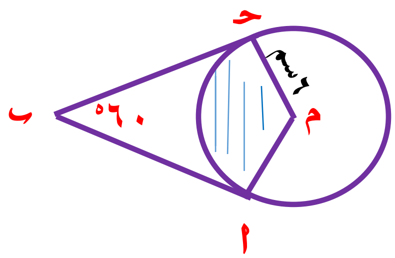
(أ) ١٩٦ π (ب) ٢٨ π (جـ) ٤٩ π (د) ١٤ π

(٨) دائرة مساحة سطحها ٤ π سم^{٢} ، فإن مساحة قطاع من هذه الدائرة طول قوسه ١ سم

يساوى ...... سم^{٢}

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

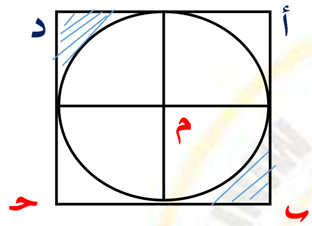
(٩) في الشكل المقابل :



مساحة المنطقة المظللة = ... سم^2

(أ) ٦ π (ب) ٤ π (جـ) π (د) ١٢ π

(١٠) في الشكل المقابل :



م مركز دائرة تمس أضلاع المربع أ ب حـ ء

من الداخل فإذا كان أد = ٨ سم

فإن مساحة الجزء المظلل = ... سم^2

(أ) ١٢ – ٨ π (ب) ١٦-٤ π (جـ) ٣٢ – ٨ π (د)٨ - ٢ π

حل تمارين على الدرس الخامس

(١) (د) ١٧ (٢) (ب) ٣٠ (٣) (أ) ٧

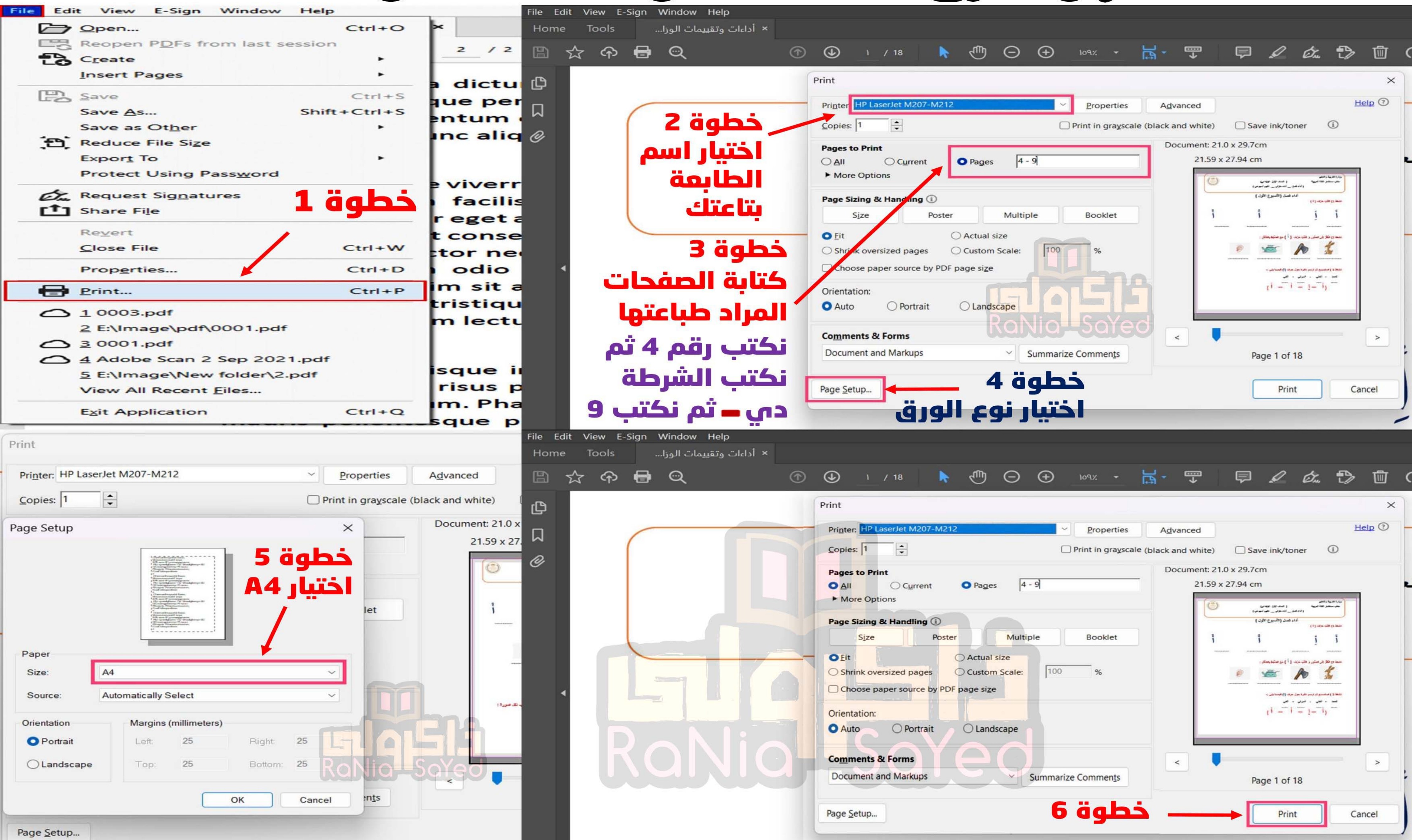
(٤) (ب) ١٢ (٥) (ب) ٨ (٦) (جـ) ٨ π

(٧) ١٩٦ π (٨) (أ) ١ (٩) (د) ١٢ π

(١٠) ٣٢ – ٨ π

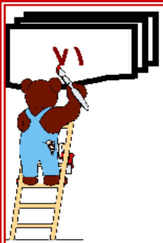
كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9



المراجعة رقم (2)

اختبار شهر مارس



تمارين [٤] المحددات وحل المعادلات

[١] اوجد قيمة كل من المحددات الآتية

① $\begin{vmatrix} -٢ & ٦ \\ -٧ & ١٩ \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٢ \end{vmatrix}$ ③ $\begin{vmatrix} ٥ & ٧ \\ ٢ & -٣ \end{vmatrix}$

④ $\begin{vmatrix} ٥ & ٤ \\ ٠ & ١ \end{vmatrix}$ ⑤ $\begin{vmatrix} ٤ & -٢ \\ ٣ & -١ \end{vmatrix}$ ⑥ $\begin{vmatrix} -٢ & -٤ \\ -١ & ١ \end{vmatrix}$

⑦ $\begin{vmatrix} -١ & ٣ \\ ٨ & ٥ \end{vmatrix}$ ⑧ $\begin{vmatrix} -٤ & -١ \\ ٠ & -٥ \end{vmatrix}$ ⑨ $\begin{vmatrix} -١٦ & ١٢ \\ ١٢ & -٩ \end{vmatrix}$

[٢] اوجد قيمة كل من المحددات الآتية

① $\begin{vmatrix} ٣ & ٤٢ & ٠ \\ ٧ & ١٨ & ٢ \\ ٣ & ٢٨ & ٠ \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} -٣ & -٤ & ٣ \\ -٣١ & ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ & ٥ \end{vmatrix}$ ③ $\begin{vmatrix} ٢٣ & ٣ & ١٣ \\ ٥ & ٧ & ٣ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$

④ $\begin{vmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٤ & ٤ & -١ \\ ٨ & ٧ & ٠ \end{vmatrix}$ ⑤ $\begin{vmatrix} ٠ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٤ & -١ \\ ٨ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ ⑥ $\begin{vmatrix} ٠ & ٥ & ٠ \\ ١ & ٠ & -١ \\ ٠ & ٧ & ٠ \end{vmatrix}$

[٣] أوجد قيمة المحددات التالية :

① $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أ} + \text{س} \\ \text{ب} & \text{ب} + \text{ص} \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} \text{س}^٢ + ١ & \text{س} + ١ \\ \text{ص}^٢ + ١ & \text{ص} + ١ \end{vmatrix}$ ③ $\begin{vmatrix} \text{أ} - \text{ب} & \text{أ} + \text{ب} \\ \text{أ} & \text{أ} - \text{ب} \end{vmatrix}$

④ $\begin{vmatrix} \text{هـ} + ١ & \text{هـ} \\ \text{هـ} & \text{هـ} - ١ \end{vmatrix}$ ⑤ $\begin{vmatrix} ٢ & \text{س}^٢ \\ ١ & -\text{س} \end{vmatrix}$ ⑥ $\begin{vmatrix} ٠ & ٢\text{س} - ١ \\ \text{س} + ٢ & ٤ \end{vmatrix}$

✍ [٤] أوجد قيمة المحددات التالية :

① $\begin{vmatrix} \text{ت} & ١ \\ ١ & \text{ت} \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} \text{قا}\,\theta & \text{ظا}\,\theta \\ \text{ظا}\,\theta & \text{قا}\,\theta \end{vmatrix}$ ③ $\begin{vmatrix} \text{جتا}\,\theta & -\text{ظا}\,\theta \\ \text{ظتا}\,\theta & \text{قا}\,\theta \end{vmatrix}$

④ $\begin{vmatrix} \text{ظتا}\,\theta & ١ \\ \text{قتا}^{٢}\,\theta & \text{ظتا}\,\theta \end{vmatrix}$ ⑤ $\begin{vmatrix} \text{ب} - ١ & \text{ب} \\ \text{ب} & \text{ب} + ١ \end{vmatrix}$ ⑥ $\begin{vmatrix} \text{جا}\,\theta & ٠ \\ \text{ظتا}\,\theta & \text{قتا}\,\theta \end{vmatrix}$

⑦ $\begin{vmatrix} \text{جتا}\,٣٠^\circ & -\text{جتا}\,٦٠^\circ \\ \text{جا}\,٣٠^\circ & \text{جا}\,٦٠^\circ \end{vmatrix}$ ⑧ $\begin{vmatrix} \text{ت} - ١ & ١ \\ ١ & \text{ت} + ١ \end{vmatrix}$ ⑨ $\begin{vmatrix} \text{جتا}\,\theta & \text{ظتا}\,\theta \\ \text{ظا}\,\theta & \text{قا}\,\theta \end{vmatrix}$

✍ [٥] أوجد إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ل} \end{vmatrix} = ٤$:

احسب قيمة كل من : ① $\begin{vmatrix} ٣\text{س} & ٢\text{ص} \\ ٣\text{ع} & ٢\text{ل} \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} \text{س} - \text{ص} & ٤\text{ص} \\ \text{ع} - \text{ل} & ٤\text{ل} \end{vmatrix}$

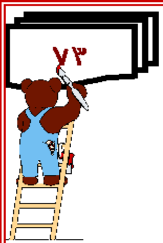
✍ [٦] أوجد إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{ء} \end{vmatrix} = ٧$:

احسب قيمة كل من : ① $\begin{vmatrix} \text{أ ء} & ٢\,\text{ب جـ} \\ ٤ & ٨ \end{vmatrix}$ ② $\begin{vmatrix} ٥\text{ء} & \text{جـ} + \text{ء} \\ ٥\text{ب} & \text{أ} + \text{ب} \end{vmatrix}$

✍ [٧] أثبت أن :

① $\begin{vmatrix} \text{جا}\,\theta & \text{جتا}\,\theta \\ -\text{جتا}\,\theta & \text{جا}\,\theta \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \text{ت} & -١ \\ ١ & -\text{ت} \end{vmatrix} = ٢$

② $\begin{vmatrix} \text{س} - ٢ & ٠ \\ ٤ & \text{س} + ٢ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ١ & \text{س} - ٢ \\ ٠ & ٣ - \text{س}^{٢} \end{vmatrix} = -١$



[٨] حل المعادلات التالية :

❶ $\begin{vmatrix} \text{س} - ٣ & ١ \\ ١ & \text{س} + ٣ \end{vmatrix} = ٦$

❷ $\begin{vmatrix} \text{س} - ١ & ٢ \\ \text{س} - ١ & \text{س} + ٣ \end{vmatrix} = ٢٥$

❸ $\begin{vmatrix} ٢\text{س} - ١ & ٠ \\ ٤ & \text{س} + ٢ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س}^{٢} & ٢ \\ -\text{س} & ١ \end{vmatrix}$

❹ $\begin{vmatrix} ٣ & ٦ & ٠ \\ -١ & \text{س} & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٨ \end{vmatrix} = ٠$

❺ $\begin{vmatrix} \text{س}^{٢} & \text{س} & ١ \\ -٤ & ٢ & ١ \\ ٩ & -٣ & ١ \end{vmatrix} = ٠$

❹ $\begin{vmatrix} \text{س} & ٠ & -\text{س}^{٢} \\ ٠ & ١ & ١ \\ ١ & ٠ & \text{س}^{٢} \end{vmatrix} = ٠$

❺ $\begin{vmatrix} \text{س} - ١ & ١ & ٠ \\ ١ & \text{س} + ١ & -١ \\ ١ & ١ & \text{س} - ٢ \end{vmatrix} = ٠$

[٩] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام :

❶ ٢س − ٣ص = ٥ ، ٣س + ٤ص = −١

❷ س + ص = ٥ ، ٢س + ٥ص = ١٦

❸ س + ٣ص = ٥ ، ٢س + ٥ص = ٨

❹ ٣س + ٢ص = ٥ ، ٢س + ص = ٣

❺ ٣س = ١ − ٤ص ، ٥س + ١٢ = ٧ص

❻ ٢س = ٣ + ٧ص ، ص = ٥ − س

[١٠] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام :

❶ س + ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢

❷ س + ص = ٣ ، س − ص = ١

❸ س = ٣ ، ٣س − ٥ص = ١

❹ ٣ص = ٦ ، س + ٦ص = ١٢

❺ ص = ٢س − ١ ، ٢ص + س = ٨

❻ س = ١ + ص ، س + ٢ص + ٥ = ٠

❼ س − ٢ص = ٧ ، ٢س + ص = ٤

❽ ٣ص − س = ٣ ، ص − ٣س + ٧ = ٠

[١١] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام :

١) ٢س + ص − ٢ع = ١٠ ، ٣س + ٢ص + ٢ع = ١ ، ٥س + ٤ص + ٣ع = ٤

٢) س + ٢ص − ٣ع = ٦ ، ٤س + ٣ص − ٢ع = ١٤ ، ٢س − ص − ٤ع = ٢

٣) ص + ٢س + ٣ع = ٦ ، ٢س − ص + ع = −٣ ، س − ٢ص + ٢ع = −١١

٤) ٢س − ٣ص + ٥ع = ٧ ، ٣س + ٤ص + ٢ع = ١١ ، س − ٢ص + ٧ع = ١٦

٥) ٢س + ص − ع = −١ ، ٢س − ص + ٤ع = ١ ، ٥س − ٣ص + ٢ع = ٣

٦) ٧س − ٢ص + ع = ٥ ، ٦س + ٣ص − ٥ع = ٢ ، ،٥س + ٧ص − ٩ع = ١

٧) س − ص − ع = ٠ ، ٣س − ٤ص − ٢ع = −١ ، ٨س − ١١ص + ٣ع = ٥

٨) ٣س + ص − ٢ع = −٣ ، ٢س + ٧ص + ٣ع = ٩ ، ٤س − ٣ص − ع = ٧

٩) ٢س + ص + ع = ٠ ، س − ص + ٥ع = ٠ ، ص − ع = ٤

١٠) ٣س + ٢ع = ٠ ، ٤س + ٣ص − ٥ ، ٥ص − ع = −٢

[١٢] اشترى فادى ٣ كشاكيل وكتابين بمبلغ ٨٥ جنيهاً واشترى كريم كشكولين و٤ كتب من الانواع نفسها بمبلغ ١١٠ جنيه استخدم طريقة كرام لإيجاد سعر كل من الكشكولين والكتاب

[١٣] زاويتان متكاملتان ضعف قياس أكبرهما يساوى سبعة أمثال قياس الصغرى . أوجد قياس كل زاوية باستخدام استخدام طريقة كرام .

[١٤] زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما 50° أوجد قياس كل منهما باستخدام استخدم طريقة كرام .

[١٥] الربط بالهندسة اوجد مساحة سطح المثلث أ ب جـ الذى فيه

أ(٢ ، ٤) ، ب(−٢ ، ٤) ، جـ(٠ ، −٢)

[١٦] اوجد مساحة سطح المثلث س ص ع الذى فيه

س(٣ ، ٣) ، ص(−٤ ، ٢) ، ع(١ ، −٤)

[١٧] باستخدام المحددات اثبت أن النقط (٣ ، ٥) ، (٤ ، −١) ، (٥ ، ٧) تقع على استقامة واحدة

تمارين [٥] على المعكوس الضربى للمصفوفة

[١] عين نوع كل من المصفوفات الآتية من حيث كونها لها معكوس ضربى أم لا :

❶ $\begin{pmatrix} ٣ & ١٥ \\ ٢ & ٨ \end{pmatrix}$ ❷ $\begin{pmatrix} ٤ & ٦ \\ -٦ & -٩ \end{pmatrix}$ ❸ $\begin{pmatrix} -٨ & ١٣ \\ -٥ & ٧ \end{pmatrix}$ ❹ $\begin{pmatrix} ٨ & -٥ \\ ٢٤ & -١٥ \end{pmatrix}$

❺ $\begin{pmatrix} ٤ & ٠ & ٠ \\ ٩ & ١ & ٠ \\ -١ & ٠ & ٧ \end{pmatrix}$ ❻ $\begin{pmatrix} ٠ & ٢ & ٠ \\ ٩ & ١ & ١ \\ -١ & ٣ & ٧ \end{pmatrix}$ ❼ $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ٠ \\ -١ & ٠ & ١ \end{pmatrix}$

[٢] اوجد قيمة س التى تجعل كلا من المصفوفات الاتية ليس لها معكوس ضربى :

❶ $\begin{pmatrix} ٣س & -٣ \\ ٣ & ٢ - س \end{pmatrix}$ ❷ $\begin{pmatrix} ٢س & س - ٤ \\ -٣ & س + ١ \end{pmatrix}$

[(٣ ، −١) ، ($-\frac{٣}{٢}$ ، −٤)]

[٣] اوجد المعكوس الضربى لكل من المصفوفات الآتية إن أمكن :

❶ $\begin{pmatrix} ٣ & ٧ \\ -١ & -٩ \end{pmatrix}$ ❷ $\begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$ ❸ $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$ ❹ $\begin{pmatrix} ت & ١ \\ ١ & ت \end{pmatrix}$

❶ $\begin{pmatrix} ١ & -١ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$ ❷ $\begin{pmatrix} -٧ & -٩ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ ❸ $\begin{pmatrix} جتا\ \theta & -ظا\ \theta \\ ظتا\ \theta & قا\ \theta \end{pmatrix}$ ❹ $\begin{pmatrix} جتا\ \theta & -ظا\ \theta \\ ظتا\ \theta & قا\ \theta \end{pmatrix}$

[٤] باستخدام طريقة كرامر اوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الاتية :

❶ ٣س + ص = ٣ ، س − ٣ص = ١١ ❷ ٢س + ٥ص = ١٣ ، ٣س − ص = −٦

❸ ٧س − ٣ص = ١٧ ، س − ٥ص = ٧ ❹ ٣س − ٤ص = ١٥ ، ٢س − ٥ص = ١

❺ ٧س − ٣ص = ١٥ ، ٥س + ٢ص = ١٩ ❻ س + ٢ص = ١٢ ، ٣س − ص = ١

[٥] الربط بالهندسة يمر المنحنى ص = أ $س^{٢}$ + ب س بالنقطتين (٢ ، ٠) ، (٤ ، ٨)

استخدم المصفوفات لايجاد الثابتين أ ، ب

[٥] باستخدام المصفوفات اوجد عددين مجموعهما ١٠ والفرق بينهما ٤

[٦] الربط بالمستهلك اشترت أمل ٨كجم من الدقيق ، ٢كجم من الزبد بمبلغ ١٤٠ جنيها واشترت صديقتها ريم ٤ كيلو جرامات من الدقيق ٣ كيلو جرامات من الزبد بمبلغ ١٧٠ جنيها استخدم المصفوفات فى إيجاد سعر الكيلو جرام الواحد من كلا النوعين

[٧]مستطيل محيطه ٣٢ سم ، وإذا نقص طوله ١سم ، وزاد عرضه ٣ سم صار مربعا باستخدام المصفوفات أوجد مساحة المربع باستخدام استخدم طريقة كرامر .

[٨] تتحرك نقطة على مستقيم : ٥ س – ٢ ص = ١ بحيث إحداثيها الصادى ضعف مربع إحداثيها السينى أوجد احداثيا هذه النقطة باستخدام المصفوفات.

[٩] اذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٤ & ١٠ & ٩ \end{pmatrix}$ ، ب= $\begin{pmatrix} -٧ & -٧ \\ ١ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$

فاوجد حاصل أ ب لماذا لا تكون الوصفوفة أ هى المعكوس الضربى للمصفوفة ب

[أ ب = I ، ب غير مربعة]

[١٠] اذا كان أ = $\begin{pmatrix} \text{جتا س} & -\text{جا س} \\ \text{جا س} & \text{جتا س} \end{pmatrix}$ اوجد أ أ^{مد} ومن ثم او باى طريقة اخرى اوجد أ$^{-١}$

[أ^{مد}]

[١١] اثبت ان المصفوفة $\begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta & -\text{جا}\,\theta & ٠ \\ \text{جا}\,\theta & \text{جتا}\,\theta & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{pmatrix}$ لها معكوس ضربى ثم أوجدة

[١٢] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٩ & ٥ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٤ & ٨ \\ ٢ & ٥ \end{pmatrix}$

حقق ان (أ + ب)$^{-١}$ $\neq$ أ$^{-١}$ + ب$^{-١}$

✍ [١٣] إذا كانت $س = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ، $ص = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$

حقق ان $(س ص)^{-1} = ص^{-1} س^{-1}$

✍ [١٤] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ حقق ان : $(أ^{ن})^{-1} = (أ^{-1})^{ن}$

✍ [١٥] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

حقق أن : $(أ ب ج)^{-1} = ج^{-1} ب^{-1} أ^{-1}$

✍ [١٦] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 6 & 15 \end{pmatrix}$ اثبت أن أ لهل معكوس ضربى

واوجد $أ^{-1}$ ثم استخدم ذلك فى ايجاد المصفوفة ج حيث $أ ج = ب$

✍ [١٧] إذا كانت $أ^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ ، $أ ب = \begin{pmatrix} 8 & 17 \\ 5 & 11 \end{pmatrix}$ اوجد كلا من ب ، $ب^{-1}$

✍ [١٨] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$ ، $(أ ب)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

اوجد كلا من $ب^{-1}$ ، ب

✍ [١٩] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

حل المعادلة المصفوفة $س أ = ب$

✍ [٢٠] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ ١ & -١ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٢ & ٥ \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -٢ & ١ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة س التى تحقق المعادلة $أس + ب = ج^{مد}$

✍ [٢١] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} -٤ & ٥ \\ -٣ & ٤ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٤ & ٩ \\ ٢ & ٥ \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة س التى تحقق ان $س + ٢ أ^{-١} ب^{-١} = (ب أ)^{مد}$

✍ [٢٢] إذا كانت $أ = \begin{pmatrix} -٢ & ٣ \\ ٤ & ١ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٥ & -١ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة س التى تحقق ان $أس + بس - ٣ج = \boxed{}$

✍ [٢٣] اذا كانت $أ = \begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ -٢ & ١ \end{pmatrix}$

حل المعادلة المصفوفة $أ^{٢} س = ٢ب - ٣ I$

✍ [٢٤] اذا كانت $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -٥ \end{pmatrix}$ فاثبت ان : $أ^{٢} - ٥أ + I = \boxed{}$ ومنها احسب $أ^{-١}$

✍ [٢٥] اذا كانت $أ = \begin{pmatrix} -٢ & ٥ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$ اثبت ان $أ^{٢} - ٦أ + ١٣ I = \boxed{}$ ومنه احسب $أ^{-١}$

✍ [٢٦] اذا كانت $أ = \begin{pmatrix} -١ & ١ & ٣ \\ ٠ & ١ & ٢ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ -٣ & ٠ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix}$

اثبت ان $(أب)^{٢} - ٥أب + ٤I = \boxed{}$ ومنها احسب $(أ ب)^{-١}$

✍ [٢٧] اذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة س التى تحقق العلاقة أ س أ$^{-1}$ = ب

✍ [٢٨] اذا كانت أ = $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة س التى تحقق العلاقة : أ س ب = I حيث I مصفوفة الوحدة ثم

بين ان المصفوفة س متماثلة ، المصفوفة (س^{2} + ج) شبه متماثلة

✍ [٢٩] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ ، س = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$

اثبت أن المصفوفة س$^{-1}$ أ س مصفوفة قطرية اثبت كذلك أن المصفوفة س$^{-1}$ أ^{ن} س

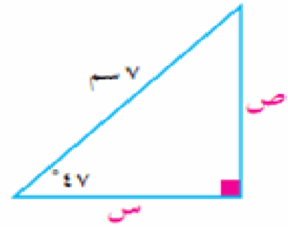
هى قطرية أيضا حيث ن عدد صحيح موجب ومن ثم اوجد أ^{7}

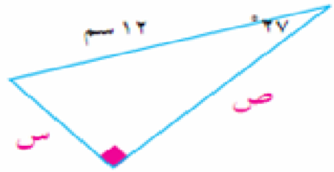
✍ [٣٠] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة س التى تحقق المعادلة : ٣ أ س + ٢ب^{ت} = ٢ب س + ٣ أ$^{-1}$

تمارين ( ) على حل المثلث القائم

[١] أوجد قيمة كل من س ، ص فى كل شكل من الأشكال الآتية :

أ


ب


جـ


[٢] أوجد قيمة كل من الزاويتين α ، β بالقياس الستينى فى كل شكل من الأشكال الآتية :

حل المثلث ٮ ب جـ القائم الزاوية فى ب مقربا الزوايا لأقرب درجة و الطول لأقرب سم حيث :

❶ ٮ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٦ سم ❷ ٮ ب = ١٢,٥ سم ، ب جـ = ١٧,٦ سم

❸ ٮ ب = ٥,٣ سم ، ٮ جـ = ١٢,٢ سم ❹ ب جـ = ٣١ سم ، ٮ جـ = ٤٢ سم

[٣] حل المثلث ٮ ب جـ القائم الزاوية فى ب مقربا الزوايا لأقرب ثلاثة أرقام عشرية من الراديان والطول لأقرب ثلاثة أرقام عشرية من السنتيمترات حيث

❶ ق(∠ ٮ) = ٠,٩٢٥ ، ب جـ = ٨ سم ❷ ق(∠ ٮ) = ١,١٦٩ ، ٮ ب = ١٨ سم

❸ ق(∠ جـ) = ٠,٦٤٦ ، ٮ جـ = ١٥,٧ سم ❹ ق(∠ جـ) = ١,٠٨٢ ، ٮ جـ = ٣٥,٨ سم

مسائل على حل المثلث إذا علم فيه طول الوتر وقياس زاوية حادة

[٤] ٮ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية فى ب ، فيه ٮ جـ = ١٠٠ سم ، ق(∠ جـ) = ٦٣°

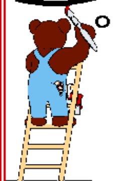
احسب طول كل من $\overline{\text{ٮ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ [٨٩,١ ، ٤٥,٤]

[٥] ٮ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية فى ب فيه ٮ جـ = ٢٨ سم ، ق(∠ جـ) = ٥٤° ٩′

اوجد طول كل من $\overline{\text{ٮ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ [٢٢,٦٩٤ ، ١٦,٤]

[٦] ٮ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية فى جـ فيه ق(∠ ٮ) = ٤٢° ١٣′ ، ٮ ب = ٢٥ سم

احسب طول كل من $\overline{\text{ٮ جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ ب}}$ [١٨,٥ ، ١٦,٨]



[٧] حل المثلث القائم الزاوية الذى فيه ∠ ج قائمة ، ا ب = ١٢سم ، ق(∠ب) = ٣٣° ′٥٥

[٦,٧٨٨ ، ٩,٨٩٥ ، ٣٤° ′٢٧]

[٨] ا ب ج ء مستطيل فيه ا ج = ٢٠ سم ، ق(∠ ا ج ب) = ٣٢° ′٤١

احسب طولى ا ب ، ب ج [١٠,٨ ، ١٦,٨٣٤]

[٩] حل المثلث القائم الذى طول وتره ٥٠ سم وقياس إحدى زاويتيه الحادتين = ٤٦° ′١٩

[٤١′ ٤٣° ، ٣٦,١٦ ، ٣٤,٥]

[١٠] Δ قائم أكبر أضلاعه طولا = ٤٠ سم وإحدى زواياه قياسها = ٤٣° ′٣٧

اوجد قياس زاويته الحادة الأخرى ، طول اصغر أضلاعه [٢٣′٤٦° ، ٢٧,٥٩٢]

[١١] سلم طوله ١٥ قدم يرتكز على حائط راسى وعلى ارض افقية اوجد بعد طرفى السلم العلوى والسفلى عن الأرض والحائط على الترتيب إذا علمت أن زاوية ميل السلم على الأرض قياسها = ٢٧°

[٦,٨١ ، ١٣,٣٦٥]

[١٢] عمود تلغراف مثبت راسيا فوق ارض أفقية ومشدود من طرفه العلوى بحبل طوله ١٠ متر يميل على الأرض بزاوية قياسها ′١٢ ٧٣° اوجد طول العمود [٩,٥٧٣ متر]

[١٣] ا ب ج Δ متساوى الساقين فيه ا ب = ا ج = ٢٥سم ، ا ء ⊥ ب ج

، ق (∠ب) = ٣٧° احسب طول كل من ا ء ، ب ج [١٥,٠٤٥ ، ٣٩,٩٣]

[١٤] دائرة نصف قطرها ٥سم رسم فيها وتر يقابل زاوية مركزية قياسها ١٠٥°

احسب طول هذا الوتر [٧,٩٣٤]

[١٥] ا ب قطر فى دائرة طوله ٢٠ سم رسم الوتران ا ج ، ا ء فى جهتين مختلفتين من القطر ا ب فاذا كان ق(∠ ب ا ج) = ′١٣ ٣٥° ، ق(∠ب ا ء) = ′٦ ٢٧°

احسب محيط الشكل ا ج ب ء [٥٤,٧٨٤]

مسائل على حل المثلث القائم إذا علم طول احد ضلعى القائمة وقياس زاوية حادة

[١٦] حل المثلث ٩ ب جـ القائم الزاوية في ب إذا علم أن ٩ ب = ١٢ سم ، قَ(∠جـ) = ٣٧° ٢٤′

[٣٦′٥٢° ، ١٥,٦٩سم ، ١٩,٧سم]

[١٧] حل المثلث القائم ٩ ب جـ إذا علمت أن قَ(∠جـ) = ٩٠° ، قَ(∠ب) = ٥٣° ، ب جـ = ٨٠ سم

[٣٧° ، ١٠٦,١٦ ، ١٣٢,٩]

[١٨] حل المثلث القائم ٩ ب جـ الذى فيه ∠ جـ قائمة قَ(∠٩) = ٣٦′ ٤٨° ، ب جـ = ١٢٠ سم

[٢٤′٤١° ، ١٠٥,٨ ، ١٦٠سم]

[١٩] سلم يرتكز على حائط صانعا مع الأرض زاوية قياسها ٣٠′ ٣٨° ويبعد موقعه عن الحائط بقدر ١٥ متر فلأى ارتفاع يصل طرفه الأخر ما هو طول السلم

[١١,٩ ، ١٩,١٨ سم]

[٢٠] ٩ ب جـ △ متساوية الساقين فيه ٩ ب = ٩ جـ ، سم ٩ ء ⊥ ب جـ

١. إذا كان قَ(∠ب) = ٤٢° ، ٩ ء = ٥سم احسب طول ب جـ [١١,١٠٦سم]

٢. إذا كان قَ(∠٩) = ٩٦° ، ب جـ = ٤سم احسب طول ٩ ء [١,٨سم]

[٢١] ٩ ب جـ ء معين فيه قَ(∠ ٩ ب ء) = ٢٤′ ٣٣° تقاطع قطراه فى م فكان طول م ٩ = ١٠ سم اوجد بدون قياس طول م ء [١٥,١]

[٢٢] ٩ ب جـ △ فيه قَ (∠جـ) = ٥٠° ، قَ (∠٩) = ٧٠° ، طول الارتفاع = ٩ ء = ٢٠سم

اوجد طول ب جـ [٢٨,٣١]

[٢٣] ٩ ب جـ △ قائم الزاوية فى ٩ ، ٩ ء عمودى على قاعدته ب جـ فإذا كان ٩ ب = ٣٥ سم ، قَ(∠ب ٩ ء) = ١٥′ ٢٠° فاوجد طول جـ ء [٨٩ سم]

مسائل على حل المثلث القائم اذا علم منه طولا ضلعين

[٢٤] ٢ ب جـ Δ قائم الزاوية فى جـ ، ٢ جـ = ١٠ سم ، ٢ ب = ٢٥سم احسب ق(∠ ٢) ، طول ب جـ

[٢٥′ ٦٦° ، ٢٢,٩١سم]

[٢٥] ٢ ب جـ Δ قائم الزاوية فى ب ، فيه ٢ جـ = ٢٠٠ سم ب جـ = ١٢٠ سم

اوجد قياس الزاويتين ٢ ، جـ ، وطول ٢ ب [٣٣′ ٤٠° ، ٢٧′ ٤٩° ، ١٥١,٩٨سم]

[٢٦] حل المثلث ٢ ب جـ القائم الزاوية فى جـ والذى فيه ب جـ = ١٥٤ سم ، ٢ جـ= ٢٣١سم

[٤٢′ ٣٣° ، ١٨′ ٥٦° ، ٢٧٧,٦]

[٢٧] حل المثلث ٢ ب جـ القائم الزاوية فى ب والذى فيه ٢ ب = ٣٥سم ، ب جـ = ٤٥سم

[٧′ ٥٢° ، ٥٣′ ٣٧° ، ٥٧ سم]

[٢٨] حل المثلث ٢ ب جـ القائم الزاوية فى ب والذى فيه ٢ ب = ٢٠٠ سم ، ب جـ = ١٦٠ سم

[٤٠′ ٣٨° ، ٢٠′ ٥١° ، ٢٥٦سم]

[٢٩] سلم طوله ٢٠ مترا مستند على حائط راسى وطرفه السفلى على بعد ٥ متر منها

فما هو قياس الزاوية التى يصنعها السلم مع الأرض [٣١′ ٧٥°]

[٣٠] ٢ ب جـ Δ متساوى الساقين فيه ب جـ = ١٢ سم ارتفاعه ٢ ء = ١٠ سم

اوجد قياسات زوايا هذا المثلث [٥٦′ ٦١° ، ٢′ ٥٩° ، ٢′ ٥٩°]

[٣١] معين طولا قطريه ١٤ سم ، ٢٠ سم اوجد قياسات زوايا هذا المعين وطول ضلعه

[٧٠° ، ١١٠° ، ٧٠° ، ١١٠° ، ١٢,٢سم]

[٣٢] ٢ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه ٢ ب = ٢ جـ = ٥١ سم ، ب جـ = ٣٤ سم احسب

قياس كل من الزاويتين ٢ ب جـ ، ب ٢ جـ ، طول ارتفاع المثلث المرسوم من ٢ على $\overline{\text{ب جـ}}$

[٣٢′ ٧٠° ، ٥٦′ ٣٨° ، ٩٦,٤٧سم]

[٣٣] دائرة مركزها م طول نصف قطرها = ٦سم ، ٢ نقطة خارجها رسم ٢ ب ليمسها عند ب فإذا

كان طول م ٢ = ١٠ سم فاوجد قياس ∠ ٢ م ب [٨′ ٥٣°]

[٣٤] رسم وتر طوله ١٠ سم فى دائرة طول نصف قطرها = ١٣ سم

اوجد قياس الزاوية التى يقابلها الوتر عند المركز [١٤َ ٤٥°]

[٣٥] $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى دائرة طوله ٥٠سم رسم الوتر أ جـ الذى طوله ١٨,٧ سم

اوجد ق(∠ ب أ جـ) طول ب جـ [٢َ ٦٨° ، ٤٦,٣٧ سم]

[٣٦] أ ب جـ △ قائم الزاوية فى ب ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، ء ∉ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ب = ٣سم ، أ جـ = ٥سم

، أ ء = ٧سم فاوجد ق(∠ ب أ جـ) [٨َ ٥٣° ، ٢٩َ ١١°]

[٣٧] أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٢٠ سم ، ق(∠ أ ب جـ) = ٤٢° رسم $\overline{\text{أ ء}}$ عمودا على $\overline{\text{ب جـ}}$

احسب طول $\overline{\text{أ ء}}$ إذا كان ء جـ = ١٨,١٤ سم اوجد ق(∠ جـ) [١٣,٣٨ ، ٢٦َ ٣٦°]

[٣٨] حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب فى الحالتين الآتيتين :

❶ أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٢سم ❷ ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ١٣ سم

[٣٩] حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب فى الحالتين الآتيتين :

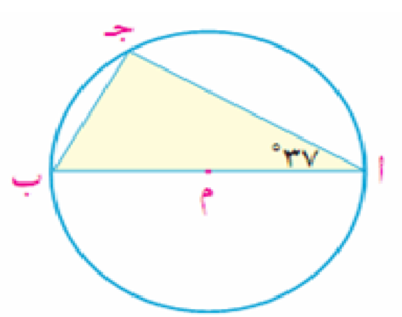
❶ أ ب = ٨سم ، ق(∠ جـ) = ٣٤° ❷ أ جـ = ٢٦سم ، ق(∠ أ) = ١٢َ ٥٣°

[٤٠] الربط بالهندسة :

يبين الشكل المقابل دائرة مركزها م ، $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فيها

، فإذا كان : أ جـ = ١٢ سم ، ق(∠ أ) = ٣٧°

فأوجد طول نصف قطر الدائرة .



[٤١] س ص ع مثلث فيه س ص = ١١,٥سم ، ص ع = ٢٧,٦ سم ، س ع = ٢٩,٩ سم
، أثبت أن المثلث قائم الزاوية فى ص ، ثم أوجد قياس زاوية س

[٤٢] دائرة طول نصف قطرها ٦سم ، رسم فيها وتر يقابل زاوية مركزية قياسها ١٠٨°
احسب طول هذا الوتر مقربا الناتج لأقرب رقمين عشريين .

[٤٣] ﺃ ب جـ مثلث رسم $\overleftarrow{\text{ﺃ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ فاذا كان ﺃ ء = ٦سم ، ق(∠ ب) = ٥٢°
، ق(∠ جـ) = ٢٨° فأوجد طول $\overline{\text{ب جـ}}$ لأقرب سنتيمتر.

[٤٤] دائرة طول قطرها $\overline{\text{ﺃ ب}}$ يساوى ٢٠سم ، رسم $\overline{\text{ﺃ جـ}}$ وتر فيها طوله ١٢سم
، أوجد قياسات زوايا المثلث ﺃ ب جـ

[٤٥] قطعة أرض على شكل معين ﺃ ب جـ ء طول ضلعه ١٢ مترا ، ق(∠ ﺃ ب جـ) = ١٠٠°
أوجد طول كل من قطريه $\overline{\text{ﺃ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ لأقرب متر .

[٤٦] ﺃ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه $\overline{\text{ﺃ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ﺃ ب = جـ ء = ٥سم
، ﺃ ء = ٤سم ، ب جـ = ١٠سم . أوجد قياس كل من زواياه الأربعة .

تمارين [١٣] على زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض

[١] طائرة ورقية خيطها ٤٢ مترا فإذا كانت الزاوية التى يصنعها الخيط مع الأرض الأفقية تساوى ٦٣° اوجد لأقرب متر ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض

[٢] من نقطة على سطح الأرض على بعد ٢٠ متر من قاعدة برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج ١٢َ ٦٧° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر [٤٧,٦ متر]

[٣] رصد شخص قمة تل من نقطة تقع فى المستوى الأفقى المار بقاعدته و تبعد عنها ٥٠٠متر فوجد أن قياس زاوية ارتفاعه ٤٢َ ١٨° أوجد لأقرب متر ارتفاع التل [١٦٩,٢ متر]

[٤] من نقطة على سطح الأرض تبعد عن طائرة بمقدار ٢٠٠٠متر وجد أن قياس زاوية ارتفاع الطائرة ٨٠° . أوجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض فى هذه اللحظة لأقرب متر [١٩٧٠ متر]

[٥] شاهد راصد أن قياس زاوية ارتفاع منطاد هى ٣٠° ولما سار الراصد فى مستوى أفقى نحو المنطاد مسافة ١٠٠٠ متر شاهد أن قياس زاوية الارتفاع هى ٤٥° اوجد ارتفاع المنطاد لأقرب متر

[٦] يقف شخص على بعد ٥٠ متر من قاعة برج رصد زاوية ارتفاع قمة برج فوجد ان قياسها ٣٥° اوجد ارتفاع البرج لاقرب متر

[٧] رصد شخص طائرة على ارتفاع ١٠٠٠ متر فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها ١٧َ ٢٥° اوجد المسافة الراصد عن الطائرة

[٨] رصد شخص واقف على سطح الأرض طائرة على ارتفاع ٨٠٠ متر عن سطح الأرض فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها ١٧َ ٢٥° اوجد المسافة بين الشخص والطائرة

[٩] وجد راصد أن قياس زاوية ارتفاع قمة مئذنة على سطح الأرض تبعد ٤٢ مترا عن قاعدتها يساوى ٥٢° فما ارتفاع المئذنة لأقرب متر

[١٠] سلم يستند بأحد طرفيه على حائط رأسي ويرتفع عن سطح الأرض ٣,٨ متر والطرف السفلى للسلم على الأرض وقياس زاوية ميل السلم على الأرض ٦٤° اوجد لأقرب رقمين عشريين كلا من بعد الطرف السفلى عن الحائط ، طول السلم

[١١] من سطح منزل ارتفاعه ٨ أمتار رصد شخص زاوية ارتفاع أعلى عمارة أمامه فوجد أن قياسها ٦٣° ورصد زاوية انخفاض قاعدتها فوجد أن قياسها ٢٨° اوجد ارتفاع العمارة لأقرب متر

[١٢] إذا كان قياس زاوية ارتفاع مئذنة من نقطة على بعد ١٤٠ مترا من قاعدتها يساوى ٤٦′ ٢٦° فما هو ارتفاع المئذنة لأقرب متر وإذا قيست زاوية ارتفاع المئذنة نفسها من نقطة تبعد ١١٠ أمتار من قاعدتها فاوجد لأقرب دقيقة قياس زاوية ارتفاعها عندئذ

[١٣] شاهد راصد أن قياس زاوية ارتفاع منطاد مثبت هى $\frac{\pi}{6}$ ولما سار الراصد فى مستوى أفقى نحو المنطاد مسافة ٨٠٠ متر شاهد أن قياس زاوية الارتفاع هى $\frac{\pi}{4}$ اوجد ارتفاع المنطاد لأقرب متر

[١٤] تقترب سفينة من منارة ارتفاعها ٥٠ مترا رصدت قمة المنارة فى لحظة ما فوجدت أن قياس زاوية ارتفاعها ٠,١١ ء وبعد ١٥ دقيقة رصدت قمة المنارة ثانية فوجدت أن قياس زاوية ارتفاعها ٠,٢٢ ء احسب سرعة السفينة علما بأنها تسير بسرعة منتظمة

[١٥] من قمة صخرة ارتفاعها ١١٠متر رصدت سفينتان فى البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة فوجد أن قياس زاويتى انخفاضهما ١٢′ ٤٨° ، ١٦′ ١٢° أوجد البعد بين السفينتين لأقرب متر [٤٠٨ متر]

[١٦] من قمة برج ارتفاعه ٧٠مترا رصد شخص هدفين يقعان على مستقيم واحد يمر بقاعدة البرج وفى جهتين مختلفتين منه فوجد أن قياس زاويتى انخفاضهما ١٨′ ٢٤° ، ٦′ ٤٥° على الترتيب أوجد البعد بين الهدفين . [٢٢٤,٧٩متر]

[١٧] من قمة فنار ارتفاعه ٥٠مترا عن سطح البحر وجد أن قياس زاوية انخفاض قارب ١٦′ ٤٣° أوجد بعد القارب عن قاعدة الفنار لأقرب متر [٥٣,١متر]

✍ [١٨] رصد شخص من قمة جبل ارتفاعه ٢,٥٦ كم نقطة على سطح الأرض فوجد أن زاوية انخفاضها هو ٦٣° اوجد المسافة لأقرب متر بين النقطة والراصد

✍ [١٩] من قمة صخرة ارتفاعها ١٨٠ متر من سطح البحر قيست زاوية انخفاض قارب يبعد ٣٠٠ متر عن قاعدة الصخرة فما مقدار قياس زاوية الانخفاض بالراديان

✍ [٢٠] جبل ارتفاعه ١٨٢٠ مترا وجد راصد من قمته أن قياس زاوية انخفاض نقطة على الأرض ٦٨° فما هى المسافة بين النقطة والراصد لأقرب متر

✍ [٢١] من قمة صخرة ارتفاعها ٢٠٠متر قيست زاوية انخفاض قارب يبعد ٣٥٠مترا عن قاعدة الصخرة فما قياس زاوية الانخفاض . [٤٤َ ٢٩°]

✍ [٢٢] من قمة فنار ارتفاعه ١٠٠مترا . رصدت زاوية انخفاض قارب فوجد أن قياسها ٥٥ ١٥° . أوجد بعد القارب عن قاعدة الفنار ثم أوجد قياس زاوية انخفاض القارب عندما يصبح على بعد ٥٠ متر من قاعدة الفنار [٣٥٠,٥ متر ، ٣٦َ ٦٣°]

✍ [٢٣] من قمة برج ارتفاعه ١٨٠ متر رصدت زاوية انخفاض سيارة على الطريق الأفقى المار بقاعدة البرج فوجدت ٣٠َ ٦٧° أوجد بعد السيارة عن قاعدة البرج [٧٤,٦]

✍ [٢٤] من قمة فنار ارتفاعه ٥٠متر عن سطح الأرض وجد أن قياس زاوية انخفاض سفينة فى البحر ٣٩َ ٢٢° فما بعد السفينة عن قاعدة الفنار لأقرب متر [١٢٠متر]

✍ [٢٥] من قمة برج ارتفاعه ١٠٠متر وجد رجل أن قياس زاوية انخفاض نقطة على المستوى الأفقى المار بقاعدة البرج ١٢َ ٣٥° أوجد بعد هذه النقطة عن قاعدة البرج لأقرب متر [١٤٢]

✍ [٢٦] من قمة فناره ارتفاعها ٢٠متر رصد ت زاوية انخفاض قارب فوجد أن قياسها ٤٥َ ٢٩° أوجد بعد القارب عن قاعدة الفنار [٣٥متر]

[٢٧] من قمة سطح منزل وجد شخص أن قياس زاوية انخفاض سيارة تقف على الطريق الأفقى المار بقاعدة البرج هى ٢٧َ ٣٦° فإذا كانت السيارة تقف على بعد ٢٥متر من قاعدة المنزل أوجد ارتفاع المنزل لأقرب متر [١٨متر]

[٢٨] من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر رصدت سفينتين فى البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة وقاس زاويتين انخفاضهما فوجدهما ٤٧° ، ٣٥َ ٤١° على الترتيب أوجد البعد بين السفينتين .

[١٢ متر]

[٢٩] من قمة صخرة ارتفاعها ١٢٠متر رصد رجل زاوية انخفاض سفينة فى البحر فوجدها ٢٣° . أوجد بعد السفينة عن قاعدة الصخرة لأقرب متر [٢٨٣متر]

[٣٠] من قمة منارة ارتفاعها ٤٠متر رصد شخص سفينتين على مستقيم واحد من قاعدة المنارة وفى جهه واحدة منها فوجد أن قياس زاويتى انخفاضهما ٧َ ١٨° ، ١٢َ ٣٣° على الترتيب أوجد البعد بين السفينتين . [١٥٢٫٨٢متر]

[٣١] من نقطة على سطح الأرض على بعد ٢٠مترا من قاعدة أحد الأعمدة الإنارة المقامة حديث فى أحد الشوارع قيست زاوية ارتفاع قمة العمود فوجد أن قياسها ٤٢ ١٦° . أوجد طول ارتفاع العمود . [٦متر]

[٣٢] من نقطة فى فناء مدرسة رصدت إحدى الطالبات زاوية ارتفاع قمة سارية علم فكان قياسها ٤٨َ ٣١° ، وكانت المسافة بين قاعدة السارية ، نقطة الرصد ٢٠ مترا .

فأوجد طول ارتفاع السارية لأقرب متر . [١٢٫٤مترا]

[٣٣] إذا كان قياس زاوية ارتفاع قمة مئذنة من نقطة تبعد ١٠٠متر عن قاعدتها هو ٢٥َ ٣٢° فأوجد طول ارتفاع المئذنة . [٦٣٫٥]

[٣٤] من نقطة على سطح الأرض على بعد ٥٠ مترا من قاعدة برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج ٢َ ٧٥° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر [١٨٧]

[٣٥] وجد طالب وهو فى فناء المدرسة على بعد ٧,٥متر من قاعدة نخلة أن قياس زاوية ارتفاعها ٣٥′ ٤٤° أوجد طول ارتفاع النخلة [٧,٤]

[٣٦] من سطح منزل ارتفاعه ١٥ مترا على سطح الأرض رصدت قمة برج فوجدت أن زاوية ارتفاعها ١٦′ ٥٣° أوجد طول ارتفاع البرج عن سطح الأرض إذا كان المنزل على بعد ٥٠ مترا من قاعدة البرج [٨٢ متر]

[٣٧] من قمة برج ارتفاعه ١٥٠ مترا وجد أن زاوية انخفاض جسم على سطح الأرض قياسها ٢٠′ ٣٥° احسب بعد الجسم عن قاعدة البرج [٢١١,٦]

[٣٨] من سطح منزل ارتفاعه ٢٠متر قيست زاوية انخفاض جسم موجود فى الشارع فكان قياسها ٤١′ ٢٩° فما بعد الجسم عن قاعدة المنزل [٣٥متر]

[٣٩] قائم رأسى طوله ٨متر فإذا كان طول ظله ٥متر . أوجد زاوية شعاع الشمس عندئذ . [٥٨°]

[٤٠] مئذنة ارتفاعها ٤٥ مترا ، أوجد زاوية ارتفاعها من نقطة تقع فى المستوى الأفقى المار بقاعدتها إذا كانت تبعد عنها ٣٨متر . [٤٩′ ٤٩°]

[٤١] لعب طفل بطائرة وكان طول الخيط ٥٠ مترا وقياس زاوية ارتفاع الطائرة ٢٠° فأوجد ارتفاع الطائرة عن الأرض علما بأن طول الطفل ١,٥مترا . [١٨,٦ متر]

[٤٢] من نقطة تبعد ٦٠متر عن قاعدة برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع البرج ٣٠′ ٣٨° فما هو ارتفاع البرج . وإذا تحرك الراصد تجاه البرج مسافة ٢٠متر فأوجد عندئذ قياس زاوية ارتفاع البرج [٤٧,٧متر ، ٢′ ٥٠°]

[٤٣] يستند سلم حريق طوله ١٥متر على حائط رأسى وأرض أفقية فاذا كان طرف السلم السفلى يبعد عن الحائط مسافة قدرها ١٠متر . أوجد : ❶ قياس زاوية ميل السلم على الأرض ❷ بعد الطرف العلوى للسلم عن الأرض [١١′ ٤٨° ، ١١,٢متر]

[٤٤] أ ب برج حيث جـ ، ء نقطتان فى المستوى الأفقى المار بقاعدة البرج حيث ء ∈ $\overline{\text{جـ ب}}$ ، رصدت قمة البرج من جـ ، ء فكان قياس زاويتا ارتفاع قمة البرج أ هما ٢٤َ ٢٤° ، ٤٨َ ٤٣° على الترتيب أوجد طول $\overline{\text{جـ ء}}$ علما بأن ارتفاع البرج = ٦٠ متر [٦٩,٧متر]

[٤٥] من نافذة منزل يبعد ١٠٠ متر عن برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج ٤٠° وقياس زاوية انخفاض قاعدة البرج ١٥° أوجد لأقرب متر كلا من ارتفاع النافذة وارتفاع البرج عن سطح الأرض [٢٧متر ، ١١١متر]

[٤٦] أوجد قياس زاوية ارتفاع الشمس عندما يكون ظل سارية علم طولها ٣,٥ متر هو ٢ متر [١٥َ ٦٠°]

[٤٧] مئذنتان ارتفاع كل منهما ٥٠° و البعد بينهما ١٠٠ متر ومن نقطة تقع على القطعة المستقيمة الواصلة بين قاعدتيهما وتبعد عن أحداهما ٦٠ متر رصدت زاويتا ارتفاعهما أوجد قياس كل من الزاويتين [٤٨َ ٣٩° ، ٣٩َ ١٩°]

[٤٨] سارية علم مثبته فوق بناية ومن نقطة تبعد ٥٠ متر عن البناية وجد أن قياس زاويتى ارتفاع قمة وقاعدة السارية على الترتيب هما ٥٩° ، ٥٧° على الترتيب أوجد طول سارية العلم لأقرب متر [٦متر]

[٤٩] قارب يقترب من صخرة ارتفاعها ٢٠ متر ، رصد قمة الصخرة فى لحظة ما فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها ١٥° وبعد ٢٠ دقيقة رصد قمة الصخرة مرة آخرى فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها اصبحت ١٨° احسب سرعة القارب [٠,٦٥م/د]

[٥٠] يجرى رجل مبتعدا عن منزل ارتفاعه ٦٠ متر وفى لحظة معينة رُصد الرجل فكان قياس زاوية الانخفاض ٧٠° وبعد ١٢ دقيقة رصد الرجل مرة آخرى فكان قياس زاوية الانخفاض ١٠° أوجد سرعة الرجل لأقرب متر [٢٦م/د]

[٥١] أ ، ب نقطتان متقابلتان على شاطئ نهر سار رجل بمحاذاة شاطئ النهر من أ إلى جـ حيث أ جـ = ٧٥ متر فإذا كان ق(∠ ب أ جـ) = ١٩َ ٥٠° ، ق(∠ أ جـ ب) = ١٦َ ٤٤° أوجد عرض النهر لأقرب متر

(٥٢) عمود من أعمدة البرق ارتفاعه = ٦ م يُلقى ظلاً على الأرض طوله ٤م
أوجد زاوية ارتفاع الشمس عند هذه اللحظة .

(٥٣) عمود من أعمدة الإنارة طوله = ٧م يلقى ظلاً على الأرض طوله ٥م
أوجد زاوية ارتفاع الشمس عند هذه اللحظة .

(٥٤) إذا كان ارتفاع منزل = ٢٠متر وكان طول ظله فى وقت ما يساوى ١٢متر فما قياس زاوية ارتفاع الشمس فى هذا الوقت . [٥٩° ٢َ]

(٥٥) وقف شخص على صخرة ارتفاعها ٥٠متر ولاحظ سفينتين فى البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة وقاس زاويتين انخفاضهما فوجدهما ٣٢° ١٠َ ، ٤٩° ٣٠َ على الترتيب أوجد البعد بين السفينتين . [٣٦٫٨ متر]

(٥٦) وقف شخص طوله ١٫٥متر على بعد ١٠متر من قاعدة سارية علم مثبته رأسيا على سطح الأرض فوجد أن قياس زاوية ارتفاع أعلى نقطة فى سارية العلم هى ٤٠° ٢٢َ احسب طول السارية . [١٠متر]

(٥٧) يقف شخص على بعد ٨٥ متر من قاعدة برج على قمته سارية علم فلاحظ أن قياس زاويتى ارتفاع قمة السارية وقاعدة السارية ٥٦° ، ٥٤° على الترتيب أوجد طول سارية العلم . [٩متر]

(٥٨) قارب يقترب من صخرة ارتفاعها ٢٠متر رصدت قمة الصخرة فى لحظة ما فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها ١٥° وبعد ٢٠ دقيقة رصدت قمة الصخرة مرة أخرى فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها أصبحت ١٨° احسب سرعة القارب [٠٫٦٥ م/د]

(٥٩) وقف رجلان فى جهتين مختلفتين من سارية علم مثبته رأسيا على سطح الأرض بحيث كان الرجلان وقاعدة السارية على مستقيم واحد فإذا رصد كل منهما زاوية ارتفاع قمة السارية وكان قياس زاويتى ارتفاعها هما ٥٤° ١٦َ ، ٤٧° ١٢َ على الترتيب أوجد البعد بين الرجلين إذا كان طول السارية ١٢متر [١٩٫٧متر]

✍ [٦٠] أ ب برج . قمته أ ، قاعدته ب وكان جـ ، ء نقطتان فى المستوى الأفقى المار بقاعدة البرج حيث ء ∈ $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$ رصدت قمة البرج من جـ ، ء مكان قياس زاويتا ارتفاع قمة البرج أ هما ٢٤َ ٢٤° ، ٤٨َ ٤٣° على الترتيب أوجد طول جـ ء علما بأن ارتفاع البرج ٦٠ متر [٦٩,٧ متر]

✍ [٦١] من قمة فنار ارتفاعه ١٠٠ متر رصدت زاوية انخفاض قارب فوجد أن قياسها ٥٥َ ١٥° أوجد بعد القارب عن قاعدة الفنار ثم أوجد قياس زاوية انخفاض القارب عندما يصبح على بعد ٥٠ متر من قاعدة الفنار [٣٥٠,٧ متر ، ٢٦َ ٦٣°]

✍ [٦٢] من سطح منزل ارتفاعه ٢٠ مترا ، وجد أن قياس زاوية انخفاض قاعدة المنزل الذى أمامه مباشرة ٢٦َ ٣٨° . فما عرض الشارع ؟

✍ [٦٣] رجل يسير على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها ١٩َ ١٥° . أوجد المسافة التى يسيرها على المستوى ليرتفع ١٢ مترا عن سطح الأرض .

✍ [٦٤] من قمة جبل ارتفاعه ٩٧٥ مترا عن سطح الأرض وجد أن قياسى زاويتى انخفاض قمة تل وقاعدته هما ١٤َ ٣٧° ، ٢٥َ ٦٣° على الترتيب . فما ارتفاع التل ؟ علما بأن قاعدة الجبل وقاعدة التل فى مستوى أفقى واحد .

✍ [٦٥] أ ، ب نقطتان متقابلتان على شاطئ نهر سار رجل بمحاذاة شاطئ النهر من أ إلى جـ حيث أ جـ = ١٠٠ متر فإذا كان ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، ق(∠ أ جـ ب) = ١٦َ ٤٠° أوجد عرض النهر لأقرب متر [٨٥ متر]

✍ [٦٦] أ ، ب نقطتان على أحد شاطئ نهر ، جـ نقطة على الشاطئ الآخر . فإذا كان ق(∠ ب أ جـ) = ٤٠° ، ق(∆ أ ب جـ) = ٢٥° ، أ ب = ١٠٠ متر فاحسب عرض النهر لأقرب متر .

✍ (٦٧) أبصر رجلان منطادا ثابتا فى الجو فوجد الأول أن قياس زاوية ارتفاع المنطاد ٢٤َ ٥٨° ووجد الثانى أن قياس زاوية ارتفاع نفس المنطاد فى نفس اللحظة ١٦َ ٣٣° . أوجد ارتفاع المنطاد علما بأن المسافة بين الرجلين ٢٠٠٠ مترا وأن موقع المنطاد على الأرض ينطبق على القطعة المستقيمة الواصلة بين موقعى الرجلين .

✍ (٦٨) قاس شخص زاوية ارتفاع قمة برج فوجد أن قياسها يساوى ٤٩َ ٣٨° ثم سار مسافة ٥٠ مترا نحو البرج وقاس زاوية ارتفاع قمة البرج مرة أخرى فوجد أن قياسها يساوى ٣٧َ ٤٢° . أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

✍ (٦٩) من نقطة أمام مبنى تبعد عنه ٥٠ مترا وجد أن قياس زاويتى ارتفاع قاعدة وقمة سارية علم فوق المبنى ٣٥° ، ٤٠َ ٤٧° على الترتيب . أوجد ارتفاع السارية لأقرب متر .

✍ (٧٠) تتحرك طائرة فى خط مستقيم بسرعة ٦٠٠كم/س . فاذا كان قياس زاوية ارتفاع الطائرة من نقطة على سطح الأرض فى لحظة ما ١٦° ثم أصبحت بعد دقيقة واحد ٥٧° فأوجد ارتفاع الطائرة لأقرب متر .

✍ (٧١) من نقطة تبعد عن قاعدة مئذنة ٥٠ متر ، وجدنا أن زاوية ارتفاع قمتها ٣٠َ ٢٧° . فما ارتفاع المئذنة ؟

✍ (٧٢) وجد رجل أن زاوية ارتفاع قمة جبل هي ١٠َ ٣٠° ، ولم سار نحو الجبل مسافة ٨٠٠ م وجد أن زاوية الارتفاع ٥٠° ، فما ارتفاع قمة الجبل ؟

✍ (٧٤) باخرتان غادرتا الميناء في الوقت نفسه ، الأولى أبحرت بسرعة ٤٠كم / ساعة في اتجاه ٤٢° شمال شرقي ، والثانية أبحرت بسرعة ٥٠كم /ساعة في اتجاه ٤٨° الجنوب الشرقي ،كم تبعدان عن بعضهما بعد ٣ ساعات من مغادرة الميناء ؟

تمارين [١٤] على القطاع الدائرى

[١] أكمل مايأتى

١ محيط القطاع الدائرى = ...

٢ القطاع الدائرى هو ....

٣ مساحة القطاع الدائرى الذى طول نصف قطر دائرته نق ، قياس زاويته المركزية هـ ᵈ تساوى ....

٤ قطاع دائرى طول قطر دائرته يساوى طول قوسه يساوى ١٢ سم فان محيطه يساوى ...... سم

٤ مساحة القطاع الدائرى الذى فيه ل = ٦سم نق = ٤سم يساوى ....

٥ مساحة القطاع الدائرى الذى طول نصف قطر دائرته يساوى ٤سم ،ومحيطه ٢٠سم تساوى ....

٦ مساحة الدائرى الذى طول قوسه ٥سم ، وطول نصف قطر دائرته ١٥سم تساوى ...... سم²

٧ إذا كان محيط قطاع دائرى ١٠سم ، وطول قوسه ٥سم فان نق = ... سم

٨ قطاع دائرى مساحته ٣٠سم²،طول قوسه ١٠سم فيكون طول نصف قطر دائرته يساوى ...... سم

٩ قطاع دائرى مساحته ٤٠٠سم² ، وطول نصف قطر دائرته ٢٠سم فان طول قوسه يساوى ..... سم

١٠ محيط القطاع الدائرى الذى مساحته ٢٤سم²،طول قوسه ٨سم يساوى ....

١١ مساحةالقطاع الدائرى الذى طول نصف قطر دائرته ٦سم ، وقياس زاويته المركزيه٢,٥ᵈ تساوى.....سم²

١٢ قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته ٧سم ، محيطه ٢٧ سم فيكون طول قوسه ...... سم ، مساحته .... سم²

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ مساحة القطاع الدائرى الذى قياس زاويته ١,٢ᵈ وطول نصف قطر دائرته ٤سم يساوى

(١) ٤,٨سم² (٢) ٩,٦سم² (٣) ١٢,٨سم² (٤) ١٩,٦سم²

٢ محيط القطاع الدائرى الذى طول قوسه ٤سم وطول قطر دائرته ١٠ سم يساوى

(١) ١٤ سم (٢) ٢٠سم (٣) ١٨سم (٤) ٩سم

٣ مساحة القطاع الدائرى الذى قياس زاويته ١٢٠° وطول نصف قطر دائرته ٣سم تساوى

(١) ٣ π سم² (٢) ٦ π سم² (٣) ٩ π سم² (٤) ١٢ π سم²

٤ مساحة القطاع الدائرى الذى محيطه ١٢ سم وطول قوسه ٦ سم تساوى

(١) ٦سم²   (٢) ٩سم²   (٣) ١٢سم²   (٤) ١٨سم²

❺ إذا كانت مساحة قطاع دائرى تساوى ١١٠ سم٢ وقياس زاويته ٢,٢ء فان طول نصف قطر دائرته يساوى

(١) ٢سم   (٢) ٥سم   (٣) ١٠سم   (٤) ٢٠سم

❻ مساحة القطاع الدائرى = ...

(١) $\frac{١}{٢}$ نق ل   (٢) $\frac{١}{٢}$ θء نق   (٣) مساحة الدائرة × $\frac{θ^{ء}}{٢π}$ (٤) مساحة الدائرة × $\frac{س^{\circ}}{١٨٠^{\circ}}$

❼ مساحة القطاع الدائرى الذى طول قوسه ١٠سم ، وطول نصف قطر دائرته ٥سم تساوى........سم²

(١) ٥٠   (٢) ٢٥   (٣) ١٢,٥   (٤) ١٠٠

❽ إذا كان محيط قطاع دائرى ٨سم ، طول قوسه ٢سم فان : نق = ...

(١) ٦سم   (٢) ٢سم   (٣) ٣سم   (٤) ٤سم

❾ قطاع دائرى مساحته ١٥سم² وطول قوسه ٣سم فان : نق = ...

(١) ٥سم   (٢) ١٠سم   (٣) ٢,٥سم   (٤) ١٥سم

❿ القطاع دائرى محيطه ٤٤سم ، وطول نصف قطر دائرته ١٤سم فان طول قوسه يساوى ......

(١) ١٦سم   (٢) ٨سم   (٣) ٣٢سم   (٤) ٤سم

⓫ قياس زاوية قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته نق سم ، ومساحته $\frac{π}{٦}$ نق² سم² يساوى ....

(١) ٣٠°   (٢) ٦٠°   (٣) ٩٠°   (٤) ٤٥°

⓬ قطاع دائرى طول قوسه ٤ل سم ، وطول نصف قطر دائرته = نق سم فان محيطه = ... سم

(١) ل + ٢نق   (٢) نق + ٢ل   (٣) ٢ (نق + ٢ل)   (٤) ٢ (ل + ٢نق)

✍ [٣] قطاع دائرى مساحته ٤٠سم² ، وطول قوسه ٨سم أوجد محيطه .

✍ [٤] قطاع دائرى محيطه ٢٨سم ، وطول نصف قطر دائرته ٧سم

، أوجد مساحته وقياس زاويته بكلا التقديرين الدائرى والستينى   [٤٩سم² ، ٢ء ، ٣٥َ ١١٤°]

✍ [٥] قطاع دائرى مساحته ٢٥سم² ، وقياس زاويته المركزية ٠,٥ء .

احسب طول نصف قطر دائرته وطول قوسه .   [١٠سم ، ٥سم]

✍ [٦] قطاع دائرى محيطه ١٢سم ، ومساحته ٨سم² احسب طول نصف قطر دائرته

، وقياس زاويتيه بكلا التقديرين الدائرى والستينى [٢سم ، ٤سم ، ١١َ ٢٢٩° ، ١٠ً ، ١٨َ ٥٧°]

[٨] أوجد مساحة القطاع الدائرى الذى طول نصف قطر دائرته = ١٠سم ،

وقياس زاويته المركزية ٦٠° (π = ٣,١٤) [$52\frac{1}{3}$ سم²]

[٩] دائرة مركزها م ، وطول قطرها ٢٠سم ، $\overline{\text{م أ}}$ ، م ب نصفا قطر فيها بحيث

ق ($\angle$ أ م ب) = ٧٢° أوجد ❶ مساحة القطاع الأصغر فى هذه الدائرة ❷ طول $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$

[١٠] قطاع دائرى محيطه = ٥٠سم ، وطول نصف قطر دائرته = ١٤سم

❶ أوجد مساحة القطاع ❷ القياس الستينى لزاويته [١٥٤سم² ، ٩٠°]

[١١] أ ب جـ $\triangle$ متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٠سم ، رسم القوس من دائرة مركزها أ

ليقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى س ، أ جـ فى ع ، ويمس القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ فى ص

أوجد مساحة الجزء من سطح $\triangle$ المحدد بالقوس $\overset{\frown}{\text{س ص ع}}$ ، القطع $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ب س}}$ ، $\overline{\text{جـ ع}}$ [٤سم²]

[١٢] $\triangle$ س ص ع متساوى الأضلاع طول ضلعه = ٤٢سم ، رسمت ثلاث قطاعات دائرية مراكزها رؤوس $\triangle$ ونصف قطر كلا منها ٢١سم ، وزواياها هى زوايا رؤوس $\triangle$ أوجد مساحة الجزء من سطح $\triangle$ المحدد بأقواس القطاعات ($\sqrt{3}$ = ١,٧٣٢ ، $\pi = \frac{22}{7}$) [٧١سم²]

[١٣] مربع طول ضلعه ٢٨سم ، رسمت أربعة قطاعات دائرية مراكزها رؤوس المربع ونصف قطر دائرة كل منها = ١٤سم ، وزواياها هى زوايا رؤوس المربع ،

أوجد مساحة المربع المحدد بأقواس هذه القطاعات . [١٦٨سم²]

[١٤] أ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية فى ب ، ق ($\angle$ أ) = ٦٠° ، أ ب = ١٠سم ، رسم قوس من دائرة مركزها أ وطول نصف قطرها = ١٠سم مارا بنقطة ب وقاطعا $\overline{\text{أ جـ}}$ فى ء .

أوجد مساحة الجزء من سطح $\triangle$ المحدد بالقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ء جـ}}$ و القوس $\overset{\frown}{\text{ب ء}}$. [٣٤,٢٥سم²]

[١٥] م أ ، م ب نصفا قطرين من دائرة مركزها م ، وطول نصف قطرها = ٨سم ، فاذا كان ق (∠ أ م ب) = ٣٠° ، رسم ب جـ ⊥ م أ ليقطعه فى جـ .
أوجد مساحة الجزء من سطح الدائرة المحدد بالقطع ب جـ ، أ جـ و القوس الأصغر أ ب [٢,٩سم²]

[١٦] أ ب جـ △ قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٣٠سم ، ب جـ = ٤٠سم ، رسم قوس من دائرة مركزها ب ليمس أ جـ فى ء ويقطع أ ب فى س ، ب جـ فى ص ، احسب مساحة الجزء المحدود بالقوس س ء ص و القطع أ س ، أ جـ ، جـ ص [١٤٧,٨٤سم²]

[١٧] أ ب جـ ء معين طول ضلعه ٢٠سم ، فيه ق (∠ أ) = ٦٠° ، رسم قوس من دائرة مركزها أ وطول نصف قطرها ٢٠سم ، مارا بالنقطتين ب ، ء أوجد مساحة الجزء من سطح المعين المحدد بالقوس ب ء و القطع ب جـ ، جـ ء [١٣٦,٩٨سم²]

[١٨] أ ب جـ △ فيه أ ب = ٩سم ، ب جـ ١٢سم ، رسم قوس من دائرة مركزها جـ وطول نصف قطرها ١٢سم ، مارا بالنقطة ب وقاطعا أ جـ فى ء ، أوجد مساحة الجزء المحدد من سطح المثلث بالقطع أ ب ، أ ء ، القوس ب ء علما بأن أ ب يمس القوس ب ء [٧,٦٧سم²]

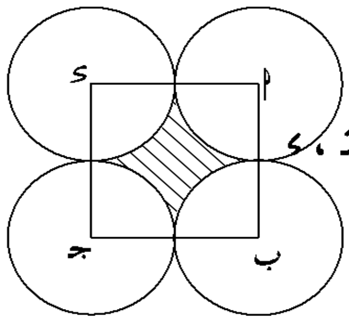
[١٩] أ نقطة خارج دائرة مركزها م ، رسم أ ب مماسا للدائرة فى ب فاذا كان أ م = ٢٨سم ، ق (∠ب أ م) = ٣٠° ، وكانت الدائرة تقطع أ م فى جـ ، أوجد مساحة سطح المحدد بالقطع أ ب ، أ جـ و القوس الأصغر جـ ب [٦٧,١٧سم²]

[٢١] ثلاث دوائر طول نصف قطر كل منها = ٥سم ، تمس كلا منهما لأخرى مثنى مثنى أوجد المساحة المحصورة بين الثلاث دوائر [٤٠,٠٥سم²]

[٢٢] دائرتان متحدتى المركز م ، رسم أ ب وت فى الدائرة الكبرى طولة ١٤سم ، ليمس الدائرة الصغرى فى جـ ، رسم م أ فقطع الدائرة الصغرى فى س فاذا كان طول نصف قطر الدائرة الصغرى = ٧سم ، أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين القطع أ جـ ، أ س و القوس الأصغر جـ س [٥,٢٥سم²]

[٢٣] أ ب جـ ء مربع رسمت ٤ قطاعات متطابقة مراكزها رؤوس المربع بحيث يمس كل منها قطاعين آخرين . فإذا كان طول ضلع المربع = ل فاثبت أن :

مساحة الجزء المحصور بين القطاعات = $\frac{1}{4}$ ل^2 (٤ – π)



[٢٤] أ ب جـ ء مربع طول ضلعه = ١٤سم رسمت دوائر مراكزها أ ، ب ، جـ ، ء وطول نصف قطر كل منها ٧سم كما بالرسم أوجد مساحة الجزء المظلل [٤٢سم^2]

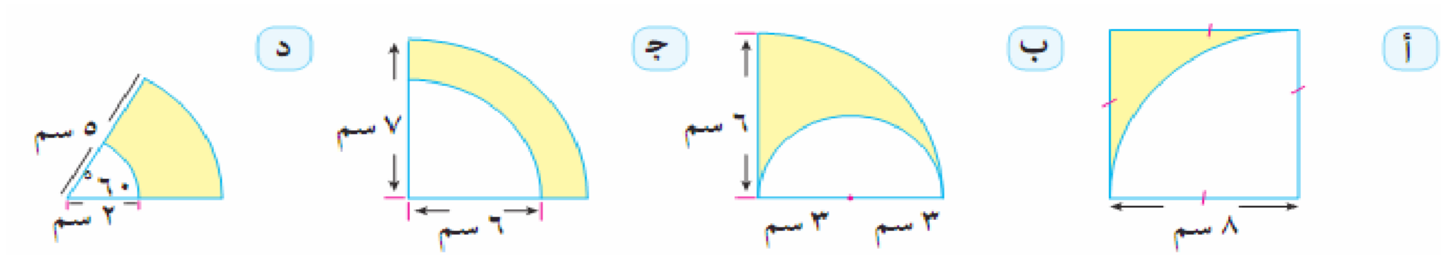
[٢٥] ثلاثة دوائر متطابقة مراكزها أ ، ب ، جـ ، طول نصف قطر كل منها ١٠سم . فإذا كان كل دائرة تمس الدائرتين الأخريين من الخارج فأوجد المساحة الجزء المحصور بين هذه الدوائر لرقم عشرى واحد .

[٢٦] الربط بالجغرافيا

إذا علمت أن خط الاستواء هو دائرة طول نصف قطرها ٦٣٨٠ كم فاوجد المسافة بين مدينتين على خط الاستواء إذا كان القوس الواصل بينهما يقابل زاوية قياسها ٣٠° عند مركز الأرض

مثال [٢٧]

اوجد بدلالة π مساحة الجزء المظلل فى كل شكل من الأشكال الآتية



[٢٨] أ ب جـ ء شبه منحرف فيه ق (ب) = ق (جـ) = ٩٠° ، أ ب = ١٠سم ، ب جـ = ٦سم ، جـ ء = ٢سم رسم قوسا مركزه أ وبفتحة تساوى طول $\overline{أء}$. اثبت أن ب تقع على الدائرة ثم أوجد مساحة سطح المنطقة المحصورة بين $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ ء}$ و القوس $\overset{\frown}{ب ء}$ [٤ سم^2]

تمارين (٣) على العمليات على المتجهات

[١] أكمل ما يأتى :

❶ فى المثلث أ ب جـ : $\overleftarrow{\text{أ جـ}} - \overleftarrow{\text{جـ ب}}$ = ...

❷ فى المثلث أ ب جـ : $\overleftarrow{\text{أ ب}} + \overleftarrow{\text{ب جـ}}$ = ...

❸ فى المثلث س ص ع : $\overleftarrow{\text{س ص}} + \overleftarrow{\text{ص ع}} + \overleftarrow{\text{س ع}}$ = ...

❹ فى المثلث أ ب جـ : أ ب = أ جـ ، س منتصف $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ فان : $\overleftarrow{\text{أ ب}} + \overleftarrow{\text{أ جـ}}$ = ...

[٢] فى المثلث س ص ع أكمل ما يأتى :

① $\overleftarrow{\text{س ص}} + \overleftarrow{\text{ص ع}}$ = ... ② $\overleftarrow{\text{س ع}} + \overleftarrow{\text{ع ص}}$ = ...

③ $\overleftarrow{\text{س ص}} - \overleftarrow{\text{س ع}}$ = ... ④ $\overleftarrow{\text{ص س}} - \overleftarrow{\text{ص ع}}$ = ...

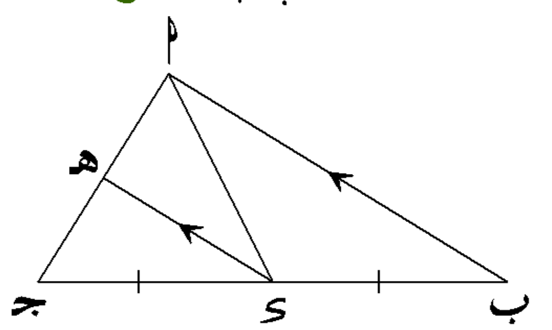
[٣] ق ن ل م متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى ك أكمل ما يأتى :

❶ $\overleftarrow{\text{ن ل}} + \overleftarrow{\text{ل م}}$ = ... ❷ $\overleftarrow{\text{ق ل}}$ = ٢ × ....

❸ $\overleftarrow{\text{ق ن}} + \overleftarrow{\text{ن ل}}$ = ٢ × .... ❹ $\overleftarrow{\text{ق م}} + \overleftarrow{\text{ل م}}$ = ...

❺ $\overleftarrow{\text{ل ن}} + \overleftarrow{\text{ق ن}}$ = ٢ × ...... ❻ $\overleftarrow{\text{ن ق}} + \overleftarrow{\text{م ق}} + \overleftarrow{\text{م ل}} + \overleftarrow{\text{ن ل}}$ = ...

[٤] فى المثلث أ ب جـ : إذا كانت ء منتصف $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ فان



① $\overleftarrow{\text{أ ء}} + \overleftarrow{\text{جـ ء}}$ = ٢ × ....

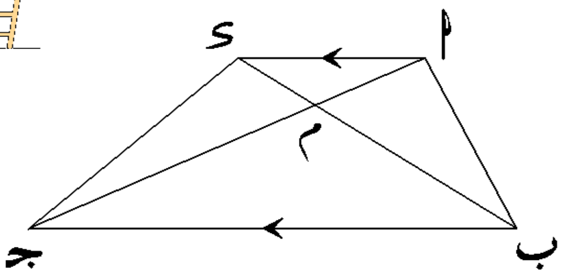
② $\overleftarrow{\text{ء هـ}} - \overleftarrow{\text{جـ هـ}}$ = ...

③ $\overleftarrow{\text{أ ء}} + \overleftarrow{\text{ء ب}}$ = ...

④ $\overleftarrow{\text{أ ب}} + \overleftarrow{\text{أ جـ}} + \overleftarrow{\text{ء جـ}}$ = ... + $\overleftarrow{\text{أ ء}}$

⑤ $\overleftarrow{\text{أ ب}} + ٢\,\overleftarrow{\text{ب ء}} + ٣\,\overleftarrow{\text{جـ هـ}} + \overleftarrow{\text{أ ء}} + \overleftarrow{\text{ء هـ}}$ = ...

[٥] فى الشكل المقابل : أ ب جـ د شبه منحرف ، $\overline{\text{بجـ}} \parallel \overline{\text{أد}}$ ، ب جـ = ٢ أ د فان :



① $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{أب}} = ٢ \times$ ....

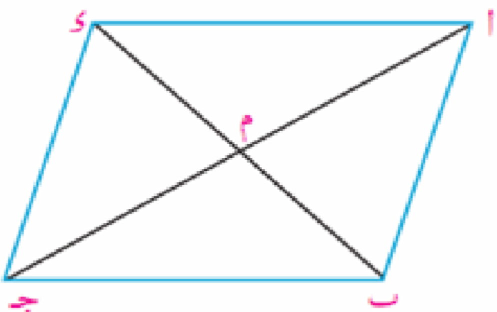
② $\overrightarrow{\text{بد}} + \overrightarrow{\text{أجـ}} = ٣ \times$ ....

③ $\overrightarrow{\text{جـد}} - \overrightarrow{\text{أب}} = \frac{٣}{٢} \times$ ....

④ $\overrightarrow{\text{بم}} + \overrightarrow{\text{مد}} + \overrightarrow{\text{جـم}} + \overrightarrow{\text{مأ}} = \overrightarrow{\text{بأ}} +$ ....

⑤ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} - \overrightarrow{\text{دجـ}} + \overrightarrow{\text{دم}} - \overrightarrow{\text{أم}} =$ ....

[٦] فى الشكل المقابل : أ ب جـ د متوازى أضلاع ، م نقطة تقاطع قطراه . أكمل :



❶ $\overrightarrow{\text{أب}} =$ ....

❷ $\overrightarrow{\text{بجـ}} =$ ....

❸ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} =$ ....

❹ $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{جـد}} =$ ....

❺ $\overrightarrow{\text{بد}} + \overrightarrow{\text{دجـ}} =$ ....

❻ $\overrightarrow{\text{جـأ}} + \overrightarrow{\text{أد}} =$ ....

❼ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أد}} =$ ....

❽ $\overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{دجـ}} =$ ....

❾ $\overrightarrow{\text{دأ}} + \overrightarrow{\text{دجـ}} =$ ....

❿ $\overrightarrow{\text{أم}} + \overrightarrow{\text{مجـ}} =$ ....

⓫ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أد}} = ٢ \times$ ....

⓬ $\overrightarrow{\text{أد}} + \overrightarrow{\text{جـد}} = ٢ \times$ ....

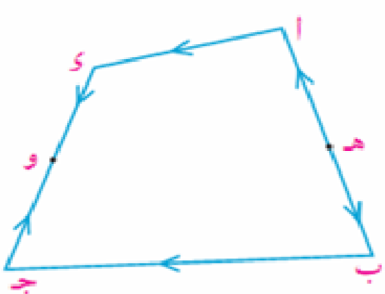
⓭ $\overrightarrow{\text{مأ}} + \overrightarrow{\text{مب}} =$ ....

⓮ $\overrightarrow{\text{أب}} + ٢\,\overrightarrow{\text{بم}} =$ ....

[٧] فى أى مثلث س ص ع ، اثبت أن : $\overrightarrow{\text{سص}} + \overrightarrow{\text{صع}} + \overrightarrow{\text{عس}} = \overrightarrow{0}$

[٨] فى أى شكل رباعى أ ب جـ د اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{جـد}} = \overrightarrow{\text{أد}}$.

[٩] فى الشكل المقابل : أ ب جـ د شكل رباعى



، هـ $\in \overline{\text{أب}}$ ، و $\in \overline{\text{جـد}}$.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{هـب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{جـو}} = \overrightarrow{\text{هـأ}} + \overrightarrow{\text{أد}} + \overrightarrow{\text{دو}}$

[١٠] أ ب جـ د شكل رباعى إذا كان : $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ + $\overleftarrow{\text{دب}}$ = ٢ $\overleftarrow{\text{أب}}$

اثبت أن : أ ب جـ د متوازى أضلاع .

[١١] أ ب جـ مثلث فيه د منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، و منتصف $\overline{\text{أجـ}}$

اثبت أن : $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ + $\overleftarrow{\text{جـد}}$ = $\overleftarrow{\text{هـب}}$ + $\overleftarrow{\text{دأ}}$

[١٢] أ ب جـ مثلث د ، هـ ، و منتصفات الأضلاع $\overleftarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{جـأ}}$ على الترتيب.

اثبت أن : $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ + $\overleftarrow{\text{بو}}$ = $\overleftarrow{\text{دجـ}}$

[١٣] أ ب جـ د شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{بجـ}}$ ، $\frac{\text{أد}}{\text{بجـ}} = \frac{٢}{٣}$

اثبت أن : $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ + $\overleftarrow{\text{بد}}$ = $\frac{٥}{٢}$ $\overleftarrow{\text{أد}}$

[١٤] أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه هـ منتصف $\overline{\text{بجـ}}$

اثبت أن : $\overleftarrow{\text{أب}}$ + $\overleftarrow{\text{أد}}$ + $\overleftarrow{\text{دجـ}}$ = ٢ $\overleftarrow{\text{أهـ}}$

[١٥] أ ب جـ د شبه منحرف فيه $\overline{\text{بجـ}}$ // $\overline{\text{أد}}$ ، ٣ أد = ب جـ

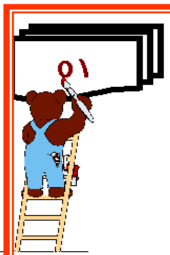
اثبت أن : $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ + $\overleftarrow{\text{بد}}$ = ٤ $\overleftarrow{\text{أد}}$

[١٦] أ ب جـ د متوازى أضلاع اثبت أن : $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ + $\overleftarrow{\text{بد}}$ = ٢ $\overleftarrow{\text{بجـ}}$

[١٧] مثلث أ ب جـ ، د منتصف $\overline{\text{بجـ}}$ ، اثبت أن : $\overleftarrow{\text{أب}}$ + ب $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ = ٢ $\overleftarrow{\text{أد}}$

[١٨] أ ب جـ مثلث ، د ∋ $\overline{\text{بجـ}}$ بحيث ب د : د جـ = ٢ : ٣ .

اثبت أن : ٣ $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ + ٢ $\overleftarrow{\text{أد}}$ = ٥ $\overleftarrow{\text{أد}}$



[١٩] أ ب جـ ء شبه المنحرف فيه $\overline{\text{بجـ}} \parallel \overline{\text{أء}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أء}}$.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{ءجـ}} = ٢\,\overrightarrow{\text{هـجـ}}$

[٢٠] أ ب جـ ء شكل رباعى فيه هـ $\in \overline{\text{بجـ}}$.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أب}} - \overrightarrow{\text{هـب}} - \overrightarrow{\text{أء}} = \overrightarrow{\text{ءهـ}}$

[٢١] أ ب جـ ء شكل رباعى فيه $٢\,\overrightarrow{\text{بجـ}} = ٥\,\overrightarrow{\text{أء}}$.

اثبت أن : $٢\,\overrightarrow{\text{أجـ}} + ٢\,\overrightarrow{\text{بء}} = ٧\,\overrightarrow{\text{أء}}$

[٢٢] أ ب جـ مثلث فيه ء ، هـ ، و منتصفات القطع $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{جـأ}}$ على الترتيب.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أء}} + \overrightarrow{\text{أو}} = \overrightarrow{\text{أهـ}}$

[٢٣] فى أى شكل رباعى أ ب جـ ء . اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{بء}} = \overrightarrow{\text{بجـ}} + \overrightarrow{\text{أء}}$

[٢٤] أ ب جـ ء شبه منحرف فيه س منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ءجـ}}$ وكان :

$\overrightarrow{\text{أء}} = ٢\,\overrightarrow{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{بجـ}} \parallel \overline{\text{أء}}$ فاثبت أن : $\overrightarrow{\text{س ص}} = \frac{٣}{٢}\,\overrightarrow{\text{بجـ}}$

[٢٥] أ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overrightarrow{\text{بجـ}} = ٣\,\overrightarrow{\text{أء}}$ اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{بء}} = ٤\,\overrightarrow{\text{أء}}$

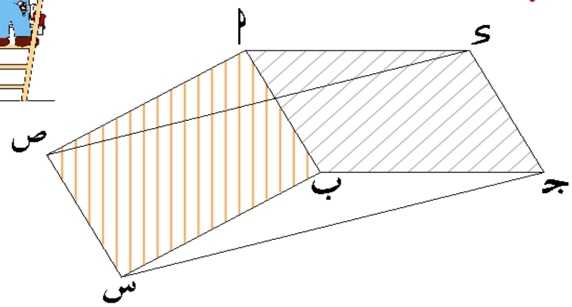
[٢٦] إذا كان : أ ب جـ ء شكل رباعى فيه $٢\,\overrightarrow{\text{بجـ}} = ٥\,\overrightarrow{\text{أء}}$.

اثبت أن : $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{بء}} = \frac{٧}{٢}\,\overrightarrow{\text{أء}}$

[٢٦] حاول أن تحل : أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : $\overrightarrow{\text{بجـ}} = ٣\,\overrightarrow{\text{أء}}$ اثبت أن :

(١) أ ب جـ ء شبه منحرف (٢) $\overrightarrow{\text{أجـ}} + \overrightarrow{\text{بء}} = ٤\,\overrightarrow{\text{أء}}$

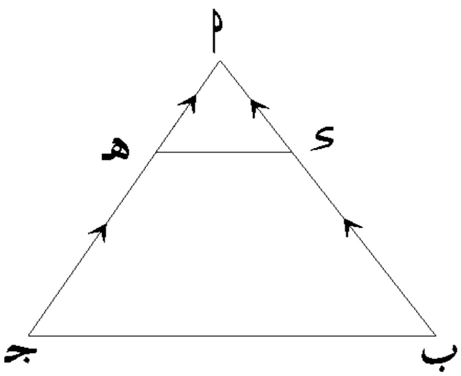
تمارين (٤) على تطبيقات على المتجهات



[١] فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء ، أ ب س ص متوازيا أضلاع . باستخدام المتجهات

اثبت أن : الشكل جـ س ص ء هو متوازى أضلاع .



[٢] فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث فيه ء ∈ $\overline{\text{أب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أجـ}}$.

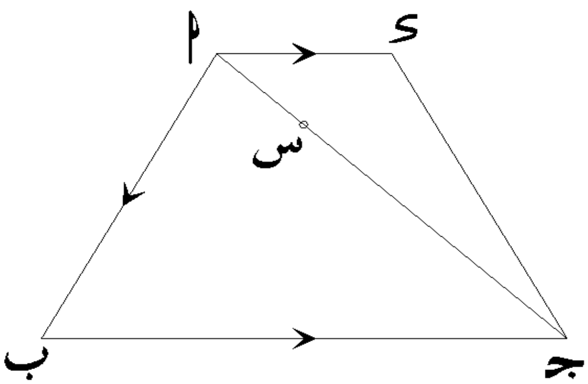
$\overrightarrow{\text{ءأ}} = \overrightarrow{\text{م}}$ ، $\overrightarrow{\text{هـأ}} = \overrightarrow{\text{ن}}$ ، $\overrightarrow{\text{بء}} = ٢\,\overrightarrow{\text{م}}$ ،

$\overrightarrow{\text{جـهـ}} = ٢\,\overrightarrow{\text{ن}}$ أوجد $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ بدلالة $\overrightarrow{\text{م}}$ ، $\overrightarrow{\text{ن}}$

ثم برهن أن : $\overline{\text{بجـ}}$ // $\overline{\text{ءهـ}}$

[٣] أ ب جـ ء شبه منحرف فيه ، $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بجـ}}$ ، ب جـ = ٣ ب ء

، $\overrightarrow{\text{أء}} = \overrightarrow{\text{م}}$ ، $\overrightarrow{\text{أب}} = \overrightarrow{\text{ن}}$

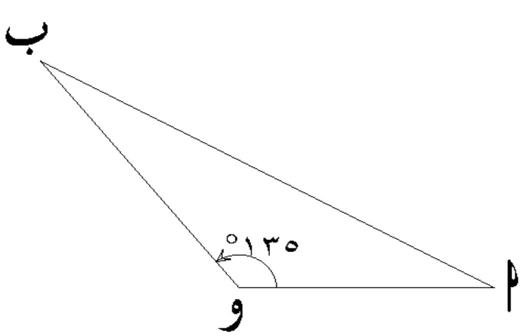


أولا : عبر بدلالة : $\overrightarrow{\text{م}}$ ، $\overrightarrow{\text{ن}}$ عن كل من :

$\overrightarrow{\text{بجـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{بء}}$ ، $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$

ثانيا : إذا كانت : س ∈ $\overrightarrow{\text{ءب}}$ حيث ء س = $\frac{١}{٣}$ س ب

اثبت أن : النقط أ ، س ، جـ تقع على استقامة واحدة .



[٤] فى الشكل المقابل :

و أ ب مثلث فيه : و أ = ٧سم

، و ب = ٥ $\sqrt{٢}$ سم ، ق(∠ أ و ب) = ١٣٥° .

أوجد باستخدام المتجهات طول $\overline{\text{أب}}$

[٥] إذا كانت : أ (٥ ، ١) ، ب (٢ ، ٥) ، ج (−٢ ، ٣) ، ء (−٥ ، −٤)

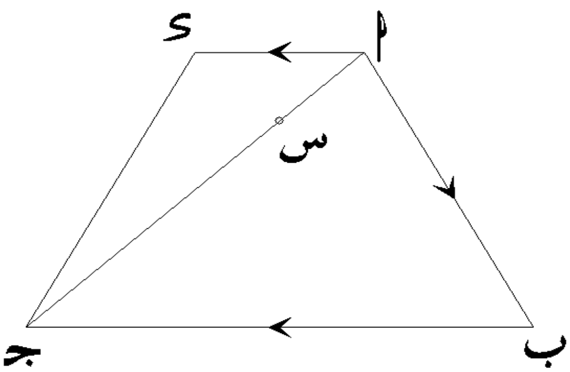
فأثبت أن باستخدام المتجهات : الشكل أ ب ج ء شبه منحرف .

[٦] إذا كانت : أ (٦ ، ٥) ، ب (٨ ، −٣) ، ج (−٢ ، −٥)

هى رؤوس المثلث أ ب ج ، فأوجد باستخدام المتجهات إحداثيي نقطة تقاطع متوسطاته .

[٧] فى الشكل المقابل :

أ ب ج ء شبه منحرف ، $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب ج}}$ ، أ ء = $\frac{1}{2}$ ب ج ، $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ = $\overleftarrow{\text{ن}}$



١ عبر عن $\overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{ن}}$ عن كل من :
$\overleftarrow{\text{ب ج}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ ج}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء ج}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء ب}}$

٢ إذا كانت : س ∈ $\overline{\text{أ ج}}$ حيث أ س = $\frac{1}{3}$ أ ج

اثبت أن : النقط ء ، س ، ب تقع على استقامة واحدة .

حاول أن تحل :

[٨] أ ب ج ء شكل رباعي . س ، ص ، ع ، ل منتصفات الأضلاع $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب ج}}$ ، $\overline{\text{ج ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ على الترتيب باستخدام المتجهات :

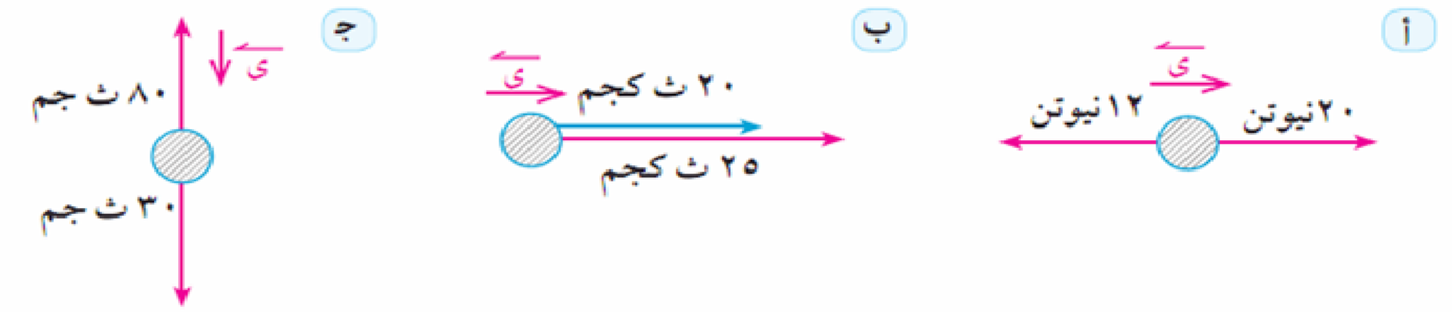
١ اثبت أن س ص ع ل متوازى أضلاع ٢ محيط الشكل أ ب ج ء يساوى مجموع طولى قطريه .

[٩] باستخدام المتجهات : اثبت أن : النقط أ (٣ ، ٤) ، ب (١ ، −١) ، ج (−٤ ، −٣) ، ء (٢ ، ٢) هى رؤوس معين .

[١٠] أ ب جـ ء مربع ، إذا كانت : أ (٨ ، ٢) ، ب (٣ ، −١) ، جـ (٠ ، ٤)

فأوجد باستخدام المتجهات إحداثيى نقطة ء ومساحة سطح المربع .

[١١] اكتب بدلالة متجه الوحدة $\overleftarrow{ى}$ محصلة القوى الموضحة بالشكل :



ثانيا : فى كل مما يأتى ، القوتان $\overleftarrow{ق}_1$ ، $\overleftarrow{ق}_2$ ، تؤثران فى نقطة مادية ، وضح مقدار واتجاه محصلة كل قوتين منها .

① $ق_1$ = ١٥ نيوتن فى اتجاه الشرق، $ق_2$ = = ٣٤ ث جم فى اتجاه الجنوب الغربى .

② $ق_1$ = ٣٤ ث جم فى اتجاه الشمال الشرقى ، $ق_2$ = ٣٤ ث جم فى اتجاه الجنوب الغربى .

③ $ق_1$ = ٥٠٠ داين تعمل فى اتجاه ٦٠° غرب الشمال ، $ق_2$ = ٥٠٠ داين تعمل فى اتجاه ٣٠° جنوب الشرق .

④ $ق_1$ = ٣٠ نيوتن تعمل فى فى اتجاه ٢٠° شرق الشمال ، $ق_2$ = ٣٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٧٠° شمال الشرق .

ثالثا :

[١٢] القوى : $\overleftarrow{ق}_1 = 7\,\overleftarrow{س} - 5\,\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_2 = أ\,\overleftarrow{س} + 3\,\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_3 = -4\,\overleftarrow{س} + (ب - 3)\,\overleftarrow{ص}$ تؤثر فى نقطة مادية أوجد قيمتى أ ، ب إذا كانت :

① المحصلة مجموعة القوى $4\,\overleftarrow{س} - 7\,\overleftarrow{ص}$　② مجموعة القوى متزنة .

[١٣] القوى : $\overleftarrow{ق}_1 = 2\,\overleftarrow{س} + 3\,\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_2 = أ\,\overleftarrow{س} + \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_3 = 5\,\overleftarrow{س} + ب\,\overleftarrow{ص}$ تؤثر فى نقطة مادية . أوجد قيمتى أ ، ب

إذا كانت محصلة هذه القوى $\overleftarrow{ق}$: ❶ $\overleftarrow{ق} = 5\,\overleftarrow{س} - 2\,\overleftarrow{ص}$　❷ $\overleftarrow{ق}$ = صفر

[١٤] تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٩٠كم/س . إذا تحركت دراجة بخارية بسرعة ٤٠كم/س على نفس الطريق . فأوجد سرعة الدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما يتحركان فى نفس الاتجاه .

[١٥] تتحرك سيارتين م ، ب على طريق مستقيم بالسرعتين ٦٠كم/س ، ٩٠ كم/س وفى اتجاه $\overleftarrow{\text{ب م}}$ أوجد

❶ سرعة ب بالنسبة إلى م ❷ سرعة م بالنسبة لـ ب

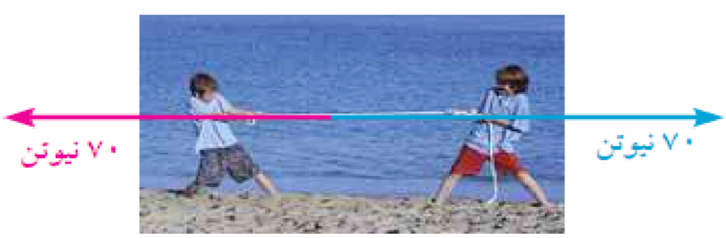
[١٦] تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٦٥كم/س فإذا تحركت على نفس الطريق دراجة بخارية بسرعة ٥٠كم/س أوجد سرعة الدراجة بالنسبة للسيارة فى كل من الحالتين الآتيتين ❶ الدراجة و السيارة تتحركان فى وجهة واحدة ❷ الدراجة تتحرك فى وجهة مضادة لوجهة السيارة [١٥كم/س ، ١١٥كم/س نحو السيارة]

[١٧] تتحرك سيارة لمراقبة السرعة على أحد الطرق الصحراوية بسرعة ٤٠ كم/س . راقبت سيارة شاحنة قادمة فى الاتجاه المضاد فبدت لها وكأنها متحركة بسرعة ١٣٥كم/س . فإذا كانت أقصى سرعة مسموح بها على هذا الطريق ١٠٠ كم/س . هل الشاحنة القادمة مخالفة للسرعة المقررة أم لا ؟ فسر إجابتك

[١٨] أوجد محصلة القوى المؤثرة $\overleftarrow{ق}$ فى كل مما يأتى :

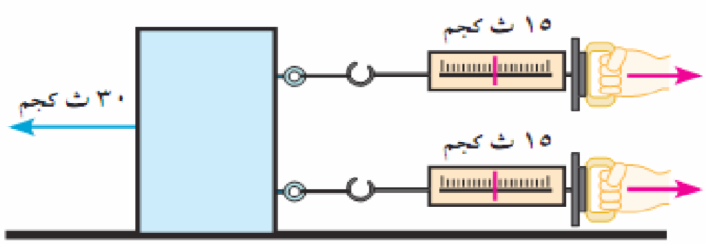
أ

ب



جـ

د



تمارين (٥) على التقسيم

[١] أكمل كلا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

❶ م ب قطر فى دائرة م إذا كانت م (٣ ، –١) ، م هى نقطة الأصل فان إحداثى نقطة ب ....

❷ م ب جـ مثلث فيه م (٠، ١) ،ب (٠ ، ٣) ، جـ (٣ ، ٢) فان نقطة تلاقى متوسطاته هى ....

❸ إذا كانت م (١ ، ص) ، ب (٣ ، –١) وكانت جـ منتصف م ب حيث جـ (س ، ٣)

فان س = ... ، ص = ...

❹ إذا كانت جـ (٦ ، ٢) منتصف م ب حيث م (٥ ، ٣) فان ب = ...

❺ إحداثى نقطة منتصف م ب هى .... حيث م (٤ ، ١) ، ب (٢ ، –٤)

❻ إذا كانت جـ منصف م ب حيث م (٣ ، ٤) ، ب (١ ، ٦) . فان إحداثى جـ = ...

❼ إذا كانت م ء متوسط فى Δ م ب جـ حيث م = (١ ، ٢) ، ء = (٤ ، –٤)

فإن نقطة تلاقى متوسطات Δ م ب جـ هى (.................. ، ....)

❽ نقطة تلاقى متوسطات المثلث م و ب حيث و نقطة الأصل ، م (٠ ، ٦) ، ب (–٦ ، ٠) هى .....

❾ إذا كانت جـ ء قطر فى دائرة مركزها م حيث م (٣ ، ٥) ، جـ (٢ ، ١) فان إحداثى ء = ...

❿ النقطة التى تقسم م ب من الداخل بنسبة ١ : ١ حيث م (٠ ، ٨) ، ب (٦ ، ٠) هى

⓫ إذا كانت نقطة الأصل منتصف م ب حيث م (–٣ ، ٢) فان إحداثى نقطة ب = ...

⓬ إذا كان جـ منتصف م ب ، جـ (س ، ٢) ، م (س + ١ ، ٥) ، ب (٢س – ٣ ، –١)فان س = ...

⓭ إذا كانت م (–٤ ، ٤) ، ب (٥ ، –٨) ، جـ ∈ م ب بحيث جـ ب : م جـ = ١ : ٢ فان : جـ =......

⓮ إذا كانت م ء متوسط فى Δ م ب جـ فيه م (١ ، ٢) ، ء (٤ ، –٤)

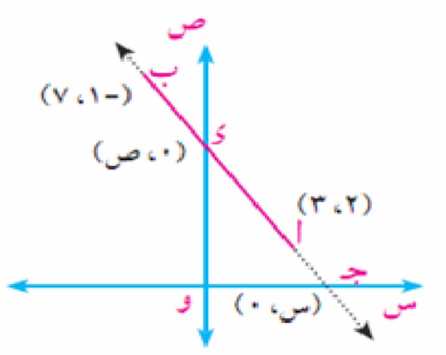
فان نقطة تلاقى متوسطات Δ م ب جـ هى (...... ، ......)

⓯ إذا كانت : م (–٣ ، ٤) ، ب (٦ ، –٨) فان محور السينات يقسم م ب بنسبة ... : .... من الداخل

⓰ إذا كانت : م (–٢ ، ٣) ، ب (–٤ ، ٠) ، م ب يقطع محور الصادات فى جـ

فان جـ تقسم م ب بنسبة .... : .... من الخارج

[٢] فى الشكل المقابل :



إذا كانت أ (٢ ، ٣) ، ب (− ١ ، ٧)

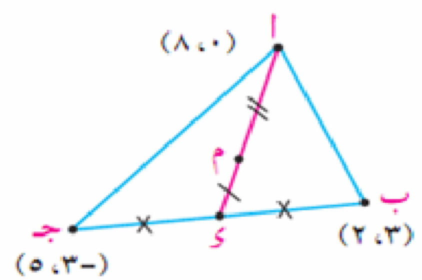
، جـ ، ء نقطتان تقعان على محورى الإحداثيات

① جـ تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ من .... ونسبة التقسيم هى ...... : ....

② ء تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ من .... ونسبة التقسيم هى ...... : ....

③ إحداثيا نقطة جـ هى .... ④ إحداثيا نقطة ء هى ....

[٣] فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ء}}$ متوسط فى Δ أ ب جـ ، م نقطة تلاقى المتوسطات

، حيث أ (٠ ، ٨) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (− ٣ ، ٥)

① أوجد إحداثيا نقطة ء ② إحداثيا نقطة م

[٤] إذا كانت : أ ∈ محور السينات ، ب ∈ محور الصادات ، جـ (−٤ ، ٣) منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ فأوجد إحداثيى كل من أ ، ب

« (−٨ ، ٠) ، (٠ ، ٦) »

[٥] النقط أ (٨ ، ٤) ، ب (٢ ، − ٤) ، جـ (− ٢ ، − ١) اثبت أنها ثلاث رؤوس لمستطيل أ ب جـ ء . أوجد إحداثى ء

« (٤ ، ٧) »

[٦] أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، م نقطة تلاقى قطريه فإذا كانت أ (− ٣ ، ٥) ، ب (١ ، ٧) ، م (١ ، ١) أوجد إحداثى كل من جـ ، ء واحسب طول القطر $\overline{\text{ب ء}}$

« (٥ ، −٣) ، (١ ، −٥) ، ١٢ »

[٧] أ (٧ ، − ٢) ، ب (١٥ ، ٤) ، جـ (١ ، ٠) رؤوس لمتوازى أضلاع اثبت أن : إحداثيات الرأس الرابعة ء (س ، ص) تحقق العلاقة س + ص + ١٣ = ٠

[٨] إذا كانت أ (− ٥ ، − ٤) ، ب (٢ ، − ٤) أوجد إحداثى النقطة جـ التى تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ من الداخل بنسبة ٤ : ٣

« (−١ ، −٤) »

[٩] إذا كانت : أ (٣ ، ١) ، ب (−٢ ، ٥) أوجد إحداثيات النقطة ج التى تقسم $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ من الداخل ٢ : ٣

[١٠] إذا كانت أ (٠ ، −٣) ، ب (٣ ، ٦) فأوجد إحداثيي النقطة ج التى تقسم $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ من الداخل بنسبة ١ : ٢

[١١] إذا كانت أ ((٢ ، ٥) ، ب (٧ ، −١) أوجد إحداثى النقطة جـ التى تقسم $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ من الخارج بنسبة ٣ : ٢

(((١٧ ، −١٣)))

[١٢] أ ، ب ، جـ هى (٢ ، ٥) ، (−١ ، −١) ، (−٢ ، ٣) على الترتيب أوجد إحداثى كل من

1. النقطة ء التى تقسم $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ من الداخل بنسبة ٢ : ١
2. النقطة هـ التى تقسم $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ من الخارج بنسبة ٣ : ١

(((٠ ، ١) ، (−٤ ، ٢)))

[١٣] إذا كان أ (−٥ ، ٧) ، ب (٧ ، −٥) أوجد إحداثيات النقط التى تقسم القطعة $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ الى أربع قطع متساوية فى الطول

(((−٢ ، ٤) ، (١ ، ١) ، (٤ ، −٢)))

[١٤] إذا كانت : أ (٢ ، ١) ، ب (−١ ، −٢) فأوجد إحداثيي النقطة جـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، جـ ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث بعدها عن أ أربعة أمثال بعدها عن ب

(((−٢ ، −٣)))

[١٥] إذا كانت أ (٨ ، −١) ، ب (−١ ، −٤) أوجد إحداثى النقطتين اللتين تقسمان $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ إلى ثلاث قطع متساوية فى الطول

(((٥ ، −٢) ، (٢ ، −٣)))

[١٦] أوجد إحداثى النقطة جـ التى تقع عند خمس المسافة من النقطة أ (−١ ، −١) إلى النقطة ب (٩ ، ٤)

(((١ ، ٠)))

[١٧] إذا كانت : أ (٨ ، −٤) ، ب (−١ ، ٢) فأوجد إحداثيا النقطتين اللتين تقسمان $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ إلى ثلاث أجزاء متساوية فى الطول

[١٨] إذا كانت أ (٤ ، ٧) ، ب (−٢ ، −٢) ، جـ (٠ ، ٥) ، ء تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ من الداخل بنسبة ١ : ٢ أوجد طول $\overline{\text{جـ ء}}$

« $\sqrt{٥}$ ٧ »

[١٩] إذا كانت : جـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ، جـ ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ وكانت أ (٣ ، ١) ، ب (٤ ، ٢)
وكان أ جـ = ٢ أ ب أوجد إحداثيا نقطة جـ

[٢٠] إذا كانت : أ (١ ، ٣) ، ب (−٤ ، −٢) أوجد إحداثيا النقطة جـ
اذا كانت جـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ بحيث ٣ أ جـ = ٢ جـ ب

[٢١] إذا كانت أ (٢ ، −٣) ، جـ (−١ ، ٤) ، جـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ بحيث أن جـ ب = ٢ أ جـ
أوجد إحداثى النقطة ب

« (−٧ ، ١٨) »

[٢٢] إذا كانت النقط أ (٣ ، −٤) ، ب (ك ، ١) ، جـ (−١ ، م) على استقامة واحدة
، جـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ ب}} = \frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة : م ، ك

« −٢ ، −٧ »

[٢٣] إذا كانت : أ (٣ ، −٤) ، ب (−٢ ، ٣) فأوجد إحداثيى النقطة جـ التى تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ إذا كان :

❶ ٢ أ جـ = جـ ب
❷ ٥ أ جـ = ٣ جـ ب
❸ ٣ أ جـ = ٥ جـ ب
❹ ٥ أ جـ = ٣ أ ب

[٢٤] إذا كانت : أ (٢ ، −١) ، ب (−٥ ، ٣) ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ بحيث ٢ أ جـ = ٣ جـ ب
أوجد إحداثيى النقطة جـ التى تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ إذا كان :

❶ التقسيم من الدخل
❷ التقسيم من الخارج

« (−٢,٢ ، ١,٤) ، (١٩ ، ١١) »

[٢٥] أوجد نقطة تلاقى متوسطات المثلث أ ب جـ حيث أ (٢ ، ٧) ، ب (٦ ، ٣)
، جـ (−٥ ، −١)

« (١ ، ٣) »

[٢٦] النقطة م (٢ ، –١) هى نقطة تلاقى متوسطات المثلث م ب جـ فإذا كانت م (٥ ، –٤) ، ب (–٣ ، ٢) فما إحداثى نقطة جـ

« (٤ ، –١) »

[٢٧] إذا كانت : م ، ب ، جـ ثلاث نقط تقع على استقامة واحدة حيث م (٢ ، ٥) ، ب (٥ ، ٢) ، جـ (٤ ، ص) . أوجد النسبة التى تقسم بها النقطة جـ القطعة المستقيمة الموجهة $\overrightarrow{م ب}$ مبينا نوع التقسيم ، ثم أوجد قيمة ص .

[٢٨] إذا كانت م (–٤ ، ٣) ، ب (٨ ، ٦) ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{م ب}$ حيث جـ (س ، ٠) ، فأوجد النسبة التى تقسم بها $\overrightarrow{م ب}$ بالنقطة جـ مبينا نوع التقسيم ، ثم أوجد قيمة س .

[٢٩] إذا كانت : م (٣ ، –٢) ، ب (–٢ ، ٣) فأوجد النسبة التى تقسم بها النقطة جـ (٨ ، –٧) القطعة $\overline{م ب}$ مبينا نوع التقسيم

« ١ : ٢ من الخارج »

[٣٠] أوجد النسبة التى يقسم بها محور الصادات القطعة المستقيمة $\overline{م ب}$ حيث م (٢ ، ٣) ، ب (–٣ ، ٧) مبينا نوع التقسيم وأوجد نقطة التقسيم

« $\frac{٢}{٣}$ من الداخل ، (٠ ، $\frac{٢٣}{٥}$) »

[٣١] إذا كانت : م (–٢ ، ٣) ، ب (٤ ، –٢) فأوجد النسبة التى يقسم بها محور السينات القطعة المستقيمة $\overline{م ب}$ مبينا نوع التقسيم وأوجد نقطة التقسيم

« $\frac{٣}{٢}$ من الداخل ، ($\frac{٨}{٥}$ ، ٠) »

[٣٢] اثبت أن النقط م (١ ، –٣) ، ب (٣ ، ٥) ، جـ (٥ ، ١٣) تقع على استقامة واحدة ثم أوجد النسبة التى تنقسم بها القطعة $\overline{م ب}$ بالنقطة جـ مبينا نوع التقسيم

« ٢ : ١ من الخارج »

[٣٣] م (٨ ، ٣) ، ب (–٦ ، –٤) فإذا كانت جـ نقطة تقاطع $\overleftrightarrow{م ب}$ مع محور السينات فأوجد النسبة م جـ : جـ ب

« ٣ : ٤ من الداخل »

[٣٤] إذا كانت م (٢ ، ٤) ، ب (−١ ، −٣) وكانت القطعة $\overline{\text{م ب}}$ تقطع المحورين السينى والصادى فى جـ ، ء على الترتيب أوجد النسبة التى تنقسم بها $\overline{\text{م ب}}$ بكل من جـ ، ء مبينا نوع التقسيم « ٤ : ٣ ، ٢ : ١ »

[٣٥] إذا كانت م ∈ محور السينات ، ب ∈ محور الصادات ، النقطة جـ (٧ ، −٣) هى منتصف $\overline{\text{م ب}}$ أوجد إحداثى كل من م ، ب « (١٤ ، ٠) ، (٠ ، −٦) »

[٣٦] م (٢ ، ٥) ، ب (٥ ، ٢) ، جـ (٤ ، ص) وكانت م ، ب ، جـ تنتمى لمستقيم واحد ، أوجد النسبة التى تقسم بها النقطة جـ القطعة $\overline{\text{م ب}}$ مبينا نوع التقسيم ثم أوجد قيمة ص « ٢ : ١ ، ٣ »

[٣٧] م (٢ ، ٢) ، ب (٥ ، ٦) ، جـ (١٠ ، −٤) رؤوس مثلث ، ب ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ بحيث م ب : م جـ = ب ء : ء جـ أوجد إحداثى نقطة ء « ($\frac{٢٠}{٣}$ ، $\frac{٨}{٣}$) »

[٣٨] م ب جـ ء متوازى أضلاع رؤوسه م ، ب ، جـ هى النقط (٢ ، ٣) ، (٥ ، ١) ، (٦ ، ٧) على الترتيب أوجد إحداثى نقطة ء ثم أوجد النسبة التى يقسم بها محور الصادات القطعة $\overline{\text{ء جـ}}$ مبينا نوع التقسيم « (٣ ، ٩) ، ١ : ٢ من الخارج »

[٣٩] م ب جـ مثلث رؤوسه هى م (٧ ، ٤) ، ب (−٨ ، ١) ، جـ (−٢ ، ٧) فإذا كانت ء تقسم $\overline{\text{م ب}}$ من الداخل بنسبة ١ : ٢ ، رسم $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ ∩ $\overline{\text{م جـ}}$ اوجد إحداثى ء ، هـ « (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٥) »

[٤٠] إذا كانت م (٥ ، ٢) ، ب (−٣ ، ١) فأوجد النسبة التى تنقسم بها القطعة المستقيمة $\overline{\text{م ب}}$ بكل من نقطتى تقاطع $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ مع محورى الإحداثيات مبينا نوع التقسيم « ٢ : ١ من الخارج ، ٥ : ٣ من الداخل »

[٤١] إذا كانت جـ ، ء نقطتى تقاطع $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ مع محورى الإحداثيات فأوجد النسبة التى تقسم بها كل من جـ ، ء القطعة المستقيمة $\overline{\text{م ب}}$ مبينا نوع التقسيم ، علماً بأن :

م (ـ٥ ، ٧) ، ب (ـ٣ ، ٢) « ٧ : ٢ من الخارج ، ٥ : ٣ من الخارج »

[٤٢] اثبت أن : النقط م (١ ، ٤) ، ب (٣ ، ـ٢) ، جـ (ـ٣ ، ١٦) تقع على استقامة واحدة ثم أوجد :

❶ النسبة التى تقسم بها م القطعة المستقيمة $\overline{\text{ب جـ}}$ ، مبينا نوع التقسيم « ١ : ٢ من الداخل »

❷ النسبة التى تقسم بها ب القطعة المستقيمة $\overline{\text{جـ م}}$ ، مبينا نوع التقسيم « ٣ : ١ من الخارج »

❸ النسبة التى تقسم بها جـ القطعة المستقيمة $\overline{\text{م ب}}$ ، مبينا نوع التقسيم « ٢ : ٣ من الخارج »

[٤٣] م (٧ ، ـ١) ، ب (٤ ، ٢) ، جـ (٢ ، ٤) اثبت أن النقط م ، ب ، جـ على استقامة واحدة ثم أوجد : ❶ النسبة التى تنقسم بها $\overline{\text{م ب}}$ بنقط جـ « ٥ : ٢ »

❷ النسبة التى تنقسم بها $\overline{\text{م جـ}}$ بالنقطة ب « ٣ : ٢ »

❸ النسبة التى تنقسم بها $\overline{\text{جـ ب}}$ بالنقطة م « ٥ : ٣ » مبينا نوع التقسيم فى كل حالة

[٤٤] إذا كانت : م (٢ ، ٢) ، ب (٥ ، ٦) ، جـ (١٠ ، ـ٤) هى رؤوس مثلث ، ء ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ بحيث ب ء : ء جـ = م ب : م جـ أوجد إحداثيى نقطة ء « ($\frac{٢٠}{٣}$ ، $\frac{٨}{٣}$) »

[٤٥] تتحرك سيارة نقل ركاب فى طريقها من المدينة م الى المدينة ب (٥ ، ـ ٦) ، ب (ـ ١ ، ٠) وتوقفت مرتين أثناء سيرها . أوجد إحداثيات النقطتين التى توقفت عندهما السيارة إذا كانت : (١) توقفت فى منتصف الطريق (٢) توقفت فى ثلثى الطريق من جهة النقطة م .

تمارين (٦) على معادلة الخط المستقيم

[١] أكمل الجمل الآتية لتصبح عبارات صحيحة

١ ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) يساوى ....

٢ ميل المستقيم الذى معادلته ٢ ص + ٣ س = ٠ يساوى ....

٣ المعادلة المتجهة للمستقيم الذى يمر بنقطة الأصل وبالنقطة (١ ، ٢) هى ....

٤ المعادلة المتجهة للمستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٥) ويوازى محور السينات هى.......

٥ ميل المستقيم الذى معادلته س = ١ + ك ، ص = −٢ + ٣ ك يساوى ....

٦ إذا كان ميل مستقيم $\frac{٣}{٤}$ فان ميل أى مستقيم يوازيه يساوى ....

٧ المعادلة الكارتيزية للمستقيم المار بالنقطة (−٢ ، ٧) ويوازى محور الصادات هى ....

٨ المستقيم الذى معادلته ص = ٢ س + ١ يكون (.... ، ....) متجه اتجاه له

٩ المعادلة الموجهة للمستقيم المار بالنقطة (−٢ ، ٣) ويوازى محور السينات هى ....

١٠ المعادلة الموجهة للمستقيم المار بنقطة الأصل ويوازى المتجه أ = (١ ، −١) هى ....

١١ المعادلة المتماثلة للمستقيم : $\overleftarrow{ر}$ = (٢ ، ٢) + ك (١ ، ١) هى ....

١٢ المعادلة الموجهة للمستقيم : ص = −٣ هى ....

١٣ المعادلتان الوسيطيتان للمعادلة : ص − س = ٠ هما .... ، ....

١٤ إذا توازى المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٠) ، (٠ ، ٢) والمستقيم ص = أ س − ٣ فان : أ = ...

١٥ معادلة المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°
ويقطع جزءا موجبا قدره ٥ وحدات من محور الصادات هى ....

١٦ ميل المستقيم الذى معادلته $\overleftarrow{ر}$ = (٢ ، ٣) + ك (٠ ، −٢) يساوى ....

١٧ المعادلة الكارتيزية للمستقيم الذى يقطع من المحورين السينى والصادى جزأين موجبين
مقدارهما ٢ ، ٣ على الترتيب هى ....

١٨ ميل المستقيم الذى معادلته $\overleftarrow{ر}$ = (٢ ، ٣) + ك (٠ ، −٢) يساوى ....

١٨ مساحة المثلث المحدد بحور السينات ومحور الصادات والمستقيم ٢ س + ٣ ص = ٦ تساوى......

[٢] بين أى العلاقات التالية تمثل بخط مستقيم

❶ ٣ س − ٢ ص = ٥ ❷ ص = $\sqrt{س}$ + ١ ❸ ص = ٢

❹ س − $\sqrt{٢}$ = ٠ ❺ ص + $\frac{١}{س}$ = ٢ ❻ $\frac{س}{٣}$ − $\frac{ص}{٢}$ = ١

[٣] إذا كانت : م (٣ ، −٢) ، ب (٥ ، ٦) ، جـ (١ ، −٢)

فأوجد ميل كل من المستقيمات الآتية : $\overleftrightarrow{م ب}$ ، $\overleftrightarrow{م جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب جـ}$

[٤] حاول أن تحل :

أوجد ميل الخط المستقيم المار بزوج من النقط التالية ، وبين أيا من هذه المستقيمات متوازية وأيها متعامد :

❶ (٣ ، ١) ، (−٢ ، ٥) ❷ (٤ ، ٠) ، (٢ ، −١)

❸ (٧ ، −١) ، (٣ ، −٣) ❹ (−٥ ، −٢) ، (−١ ، ٣)

[٥] إذا كانت معادلتا المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$ هما على الترتيب :

٢ س − ٣ ص + م = ٠ ، ٣ س + ب ص − ٦ = ٠ فأوجد :

(١) ميل المستقيم $ل_١$ (٢) قيمة ب التى تجعل $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيين

(٣) قيمة ب التى تجعل $ل_١$ ، $ل_٢$ متعامدين (٤) إذا كانت النقطة (١ ، ٣) تمر بالمستقيم $ل_١$ فأوجد قيمة م.

[٦] إذا كان المستقيم م س − ٤ ص + ٥ = ٠ يصنع زاوية ظلها ٠.٧٥ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فأوجد قيمة م

[٧] أوجد المعادلة المتجهة للخط المستقيم الذى ميله $\frac{١}{٣}$ ويمر بالنقطة (٢ ، −١)

[٨] أوجد المعادلتين البارامتريتين للمستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° ويمر بالنقطة (٣ ، −٥)

[٩] اوجد الصورة المختلفة لمعادلة كل من المستقيمات التى تمر بالنقطتين :

❶ (٢ ، ٣) ، (٥ ، ١) ❷ (٥ ، ٠) ، (٠ ، −٧)

❸ (٣ ، ١) ، (٦ ، ٤) ❹ (أ ، ٠) ، (٠ ، ب)

[١٠] اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٣) والمتجه (٢ ، ٣) عمودى عليه

[١١] إذا كانت : أ (٠ ، ٢) ، ب (٢ ، ١) ، جـ (−٢ ، ٣)

ثلاث نقط فى المستوى ، فأوجد : ❶ المعادلة المتجهة للخط المستقيم أ ب ⟷

❷ اثبت أن أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة .

[١٢] ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة، علامة (✗) أمام العبارة الخطأ مع بيان السبب

❶ المستقيمان : ر = (٢ ، ٥) + ك (٣ ، ٤) ، ٤س − ٣ص + ٧ = ٠ . متوازيان

❷ المستقيمان : س − ص + ١ = ٠ ، ر = (٢ ، ١٠) + ك (١ ، ٢) متعامدان

❸ إذا كان ى = (٥ ، ٤) متجه اتجاه مستقيما ما فان قيمة متجه اتجاه اى مستقيم عمودى علي هو (٤ ، ٥)

❹ المستقيم الذى معادلته ر = (٠ ، ٣) + ك (−١ ، √٣) يصنع زاوية موجبه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ١٥٠°

❺ المستقيم الذى معادلته س = ٥ تكون معادلته الموجهة على الصورة ر = (٥ ، ص) + ك (١ ، ٠) حيث ص ، ك ∈ ح

❻ النقطة (٢ ، ٥) تقع على المستقيم ٢س − ٣ص + ١١ = ٠

❼ النقطة (٢ ، ٥) تقع على المستقيم ر = (−٤ ، ٥) + ك (٢ ، −٣)

❽ النقطة (أ ، ٢أ) تقع على المستقيم ر = ك (١ ، ٢)

❾ المعادلتان : س + ص + ٢ = ٠ ، ر = (١ ، −٣) + ك (١ ، −٢) هما صورتين مختلفتين لمستقيم واحد

[١٣] اوجد معادلة المستقيم الذى ميله م والمار بالنقطة (أ ، ٠)

ما هى إحداثيات نقطة تقاطع هذا الخط مع محور الصادات

[١٤] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم الذى معادلته ٢ س − ٣ ص = ٦

[١٥] إذا كانت أ (٥ ، −٦) ، ب (٣ ، ٧) ، جـ (١ ، −٣) ثلاث نقط في المستوى ، فأوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة أ ، وينصف $\overline{\text{ب جـ}}$

[١٦] أكتب المعادلتين الوسيطيتين للمستقيم الذى يمر بالنقطة (٠ ، ٥) ومتجه اتجاه له (−١ ، ١) .

[١٧] أوجد المعادلة الكارتيزية للمستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٥) ويوازى المستقيم : س + ٢ ص − ٧ = ٠

[١٨] إذا كان : $\overrightarrow{\text{ى}}$ = ($\frac{١}{٢}$ ، ١) متجه اتجاه للمستقيم فان جميع المتجهات التالية عموديا على المستقيم ماعدا المتجه :

❶ (١ ، $\frac{−١}{٢}$) ❷ (٢ ، −١) ❸ (−١ ، $\frac{−١}{٢}$) ❹ (٤ ، −٢)

[١٩] اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، −٣) وميله م = ٢ إذا كان هذا المستقيم يمر بالنقطتين (أ ، ٧) ، (٥ ، ب) فاوجد أ ، ب

[٢٠] اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) والمتجه أ ب ، حيث أ = (١ ، ٣) ، ب = (٢ ، ٤) ، متجه اتجاه له

[٢١] أوجد المعادلة المتجهة للمستقيم المار بالنقطة (٥ ، ٧) وعمودى على المستقيم $\overrightarrow{\text{ر}}$ = (٣ ، ٠) + ك (٤ ، ٣)

[٢٢] إذا كان : (−٤ ، ١) = (٣ ، ص) + ك (١ ، −٢) فأوجد قيمة كل من ك ، ص

[٢٣] أوجد المعادلات المتجهة ، والمعادلات الكارتيزية للخط المستقيم المار بالنقطة (س١ ، ص١) ومتجه الاتجاه له $\overleftarrow{ى}$ = (أ ، ب) فى الحالات الآتية :

❶ إذا كان المستقيم يوازى محور الصادات .

❷ إذا كان المستقيم يوازى محور السينات .

❸ إذا كان المستقيم يمر بنقطة الأصل .

[٢٤] إذا كانت أ(١،٤) ، ب(−٤،٦) فأوجد معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة تقسيم $\overline{أب}$ من الداخل بنسبة ٢ : ٣ ويكون عموديا على المستقيم : ٥ س − ٤ ص − ١٢ = ٠

[٢٥] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم الذى معادلته المار بالنقطة ق (٢ ، −٣) عموديا على المتجه $\overleftarrow{ى}$ (−١ ، ٢) .

[٢٦] اكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، −١) ، ومتجه اتجاهه (٣ ، ١) .

[٢٧] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢ ، ١) ويكون موازيا للمستقيم ٣ س − ٢ ص + ٥ = ٠

[٢٨] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، −١) ويكون ويوازى المستقيم $\overleftarrow{ر}$ = (−٢ ، ١) + ك (٣ ، −٤)

[٢٩] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ١) ويكون ويوازى المستقيم $\overleftarrow{ر}$ = (١ ، ٣) + ك (٢ ، −٣) واثبت أنه يمر بالنقطة (٣ ، −٢)

[٣٠] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٣) ويكون عموديا على المستقيم : $\overleftarrow{ر}$ = (٢ ، ٥) + ك (−٢ ، ١)

[٣١] أوجد المعادلة المتجهة للمماس للدائرة م عندالنقطة ب حيث م(٢ ، ٠) ، ب(٣ ، ٢)

[٣٢] في المثلث أ ب جـ ، أ (٦ ، ١) ، ب (−١ ، ٢) ، جـ (٣ ، −٢)

① اثبت أن المثلث قائم الزاوية وأوجد مساحته .

② ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث أ ء : ء ب = ٢ : ٣ أوجد إحداثيي نقطة ء

③ أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطتين جـ ، ء

[٣٣] الربط بالهندسة :

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في دائرة مركزها م فإذا كان ب(−٧ ، ١١) ، م (−٢ ، ٣)

فأوجد معادلة المماس للدائرة عند نقطة أ .

[٣٤] هل تقع النقطة (٢ ، ٣) على المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ١) ، (صفر ، −١)

[٣٥] إذا قطع المستقيم : ٣ س + ٤ ص − ١٢ = ٠ محوري الإحداثيات السيني والصادي في النقطتين أ ، ب على الترتيب فأوجد :

❶ مساحة المثلث ∆ و أ ب حيث و نقطة الأصل .

❷ معادلة المستقيم العمودي على $\overline{\text{أ ب}}$ ويمر بنقطة منتصفها .

[٣٦] اوجد الصورة المختلفة لمعادلة كل من المستقيمات الآتية :

❶ المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) موازيا للخط المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤)

❷ المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٣) عموديا على الخط المستقيم : ٢ س + ٣ ص + ٤ = صفرا

❸ المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) ويوازى المستقيم س = ٢ − ٣ك ، ص = ٣ + ٢ك

❹ المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على المستقيم س = ٢ − ٣ك ، ص = ٣ + ٢ك

[٣٧] اثبت أن النقط : أ (٢ ، −٣) ، ب(٧ ، ٢) ، جـ (١ ، ١) هى رؤوس مثلث . وإذا علم أن ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث أ ء : أ ب = ٢ : ٥

فأوجد إحداثيي النقطة ء أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$

تمارين (٧) على معادلة الخط المستقيم

[١] أكمل كلا مما يأتي بالاجابة الصحيحة :

١ معادلة المستقيم الذى يقطع من محور السينات الموجب جزء قدرة ٦ وحدات ويقطع من محور السينات السالب جزء قدرة ٣وحدات هى ....

٢ معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، — ٤) ، (٥ ، ٠) هى ....

٣ المستقيم الذى معادلته ٤ س + ٦ ص = ٦ يقطع من محور الصادات الموجب جزء قدرة ....

٤ المستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٢} = ٢$ يقطع من محور السينات الموجب جزء قدرة ....

بينما من محور الصادات الموجب جزء قدرة ....

٥ المستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٢} + ص = ٦$ يصنع مثلثا مع محورى الإحداثيات مساحة سطحه ...... وحدة طول

٦ المقطوعة السينية للمستقيم الذى معادلته ٤ س + ص = ٨ تساوى .... بينما المقطوعة الصادية له تساوى .....

٧ المستقيم الذى معادلته ٤ س + ٣ ص = ٢٤ يمر بالنقطة (٠ ، ....)ويقطع محور السينات فى النقطة ......

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعادلة المستقيم المارة بالنقطتين (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٣) هى ....

(١) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$	(٢) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ٦$	(٣) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ٠$	(٤) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = — ١$

٢ المستقيم الذى معادلته $\frac{٢س}{٧} + \frac{ص}{٣} = ١$ يقطع محور السينات جزء قدرة ....

(١) ٧	(٢) ٣	(٣) $\frac{٧}{٢}$	(٤) $\frac{٢}{٧}$

٣ المستقيم الذى معادلته ٣ س + ٨ ص = ٢٤ يصنع مثلثا مساحة سطحه ..... وحدة مربعة مع محورى الإحداثيات

(١) ١٢	(٢) ٦	(٣) ٨	(٤) ٢٤

٤ نقطة تقاطع المستقيم ٢ س + ٣ ص = ٦ مع محور السينات هى ....

(١) (٢ ، ٠)	(٢) (٣ ، ٠)	(٣) (٠ ، ٢)	(٤) (٠ ، ٣)

٥ نقطة تقاطع المستقيم ٢س − ص = ٤ مع محور الصادات هى ....

① (٠ ، ٤)	② (٢ ، ٠)	③ (٠ ، −٤)	④ (٠ ، ٢)

[٣] أوجد طولى الجزءين المقطوعين من المحورين بالمستقيم : ٥س − ٣ص = ١٥

[٤] أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات جزأين موجبين مقداريهما ٢ ، ٧ وحدة طول

[٥] أوجد معادلة الخط المستقيم الذى مقطوعته السينية تساوى ٢ وحدة طول ومقطوعته الصادية تساوى وحدة طول واحدة

[٦] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، −١) ، (−٣ ، ٠)

[٧] أوجد المقطوعتين السينية والصادية للمستقيم ٣ س + ٢ ص = ٥

[٨] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، −٥) ويوازى المستقيم $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٢} = ١$

[٩] أوجد المعادلة العامة للمستقيمات فى الحالات الآتية :

١ يقطع محورى الإحداثيات فى النقطتين (٣ ، ٠) ، (٠ ، −٤)

٢ يمر بالنقطة (٣ ، ١) ويوازى المستقيم : ٢ س − ٣ ص − ٧ = ٠

٣ يمر بالنقطة (٠ ، −١) ومتجه الاتجاه له (٢ ، −٣) .

[١٠] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ١) ويوازى المستقيم $٢س + \frac{ص}{٣} = ١$

[١١] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٥) وعمودى على المستقيم $\frac{س}{٢} + ص = ٣$

[١٢] أوجد مساحة المثلث المحدد بمحور الإحداثيات والمستقيم $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٤} = ١$

[١٣] اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٥) وميله سالب والذى يصنع مع محورى الإحداثيات مثلثا مساحته عشر وحدات مربعة

[١٤] أوجد مساحة المثلث المحدد بمحور الإحداثيات والمستقيم ٤ س + ٥ ص = ٢٠

[١٥] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وميله سالب ويصنع مع محورى الإحداثيات مثلث مساحته ٣٠ وحدة مربعة

[١٦] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤ ، ١) وميله سالب ويصنع مع محورى الإحداثيات مثلثا مساحته ٩ وحدة مربعة .

[١٧] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٥) وميله سالب ويصنع مع محورى الإحداثيات مثلثا مساحته عشر وحدة مربعة .

[١٨] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٠) وميله سالب ويصنع مع محورى الإحداثيات مثلثا مساحته ١٥ وحدة مربعة .

[١٩] أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات جزأين موجبين مجموعهم ٩ ويمر بالنقطة (١ ، ٢)

تمارين (٨) على الزاوية بين مستقيمين

[١] أكمل الجمل الآتية لتصبح عبارات صحيحة

❶ قياس الزاوية بين المستقيمين الذى ميليهما $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ هى ....°

❷ قياس الزاوية بين المستقيمين الذى ميليهما $\frac{١}{٢}$ ، ٣ هى ....°

❸ قياس الزاوية بين المستقيمين الذى ميليهما صفر ، ١ هى ....°

❹ إذا توازى المستقيمان : أ س + ٣ ص − ٧ = ٠ ، ٢ س − ٣ ص + ٥ = ٠
فإن أ = ...

❺ قياس الزاوية بين المستقيمين س = ٧ ، ص = −٥ هى ....°

❻ قياس الزاوية بين المستقيمين الذى ميليهما $-\sqrt{٢}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ هى ....°

❼ قياس الزاوية بين المستقيمين الذى ميليهما صفر ، غير معرف هى ....°

❽ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين اللذين ميليهما ٢ ، $\frac{-١}{٢}$ تساوى ....°

❾ قياس الزاوية بين المستقيمين ٢ س + ص = ٨ ، ٤ س − ٣ ص = ١ هى ....°

❿ إذا تعامد المستقيمان : أ س + ٧ ص − ٩ = ٠ ، ٧ س − ٢ ص + ١٢ = ٠
فإن أ = ...

⓫ قياس الزاوية بين المستقيمين س − ص − ٥ = ٠ ، ص = ٣س − ٨ هى ....°

⓬ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين س = ٣ ، ص = ٤ تساوى ....°

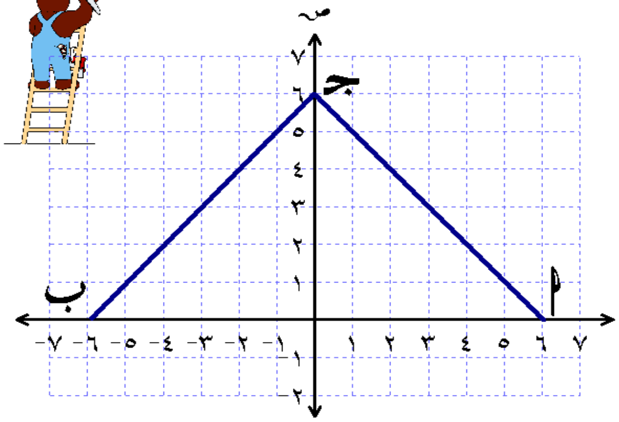
⓭ قياس الزاوية بين المستقيمين س= ص + ٤ ، ص = ٧ − س هى ....°

⓮ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين : $\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، ٢) + ك (١ ، ١)
والمستقيم س = ٠ هى ......

⑮ يبين الشكل المقابل :

قطعة أرض مثلثة الشكل إحداثيات رؤوسها هى :

أ (٦ ، ٠) ، ب (−٦ ، ٠)، ج (٠ ، ٦)



أكمل ما يأتى :

(١) قياس الزاوية الحادة بين المستقيم $\overleftrightarrow{أج}$ ومحور السينات تساوى ....

(٢) قياس الزاوية بين المستقيمين $\overleftrightarrow{أج}$ ، $\overleftrightarrow{بج}$ تساوى ....

(٣) المعادلة المتجهة للمستقيم $\overleftrightarrow{أج}$ هى ....

(٤) المعادلة المتجهة للمستقيم $\overleftrightarrow{بج}$ هى ....

(٥) المعادلة الكارتيزية للمستقيم المار بالنقطة ج ، ويوازى $\overleftrightarrow{أب}$ هى ....

(٦) مساحة سطح المثلث أ ب ج تساوى ....

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

❶ قياس الزاوية بين المستقيمين س = ٤ ، ص − ٧ = ٠ هى ....

(١) $\frac{\pi}{3}$　　(٢) $\frac{\pi}{4}$　　(٣) $\frac{\pi}{2}$　　(٤) غير ذلك

❷ قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (−١ ، ٠) والاتجاه الموجب لمحور السينات تساوى :

(١) صفر°　　(٢) ٤٥°　　(٣) ٦٠°　　(٤) ٩٠°

❸ قياس الزاوية الحادة بين المستقيم $\overrightarrow{ر}$ = (٠ ، ٣) + ك (١ ، ١) و المستقيم س = ٠ تساوى :

(١) ٣٠°　　(٢) ٤٥°　　(٣) ٦٠°　　(٤) ٩٠°

❹ قياس الزاوية بين المستقيمين ٣ س + ٤ ص + ٩ = ٠ ، ص = $\frac{٤}{٣}$ س + ٧ هى ....

(١) $\frac{\pi}{3}$　　(٢) $\frac{\pi}{6}$　　(٣) $\frac{\pi}{2}$　　(٤) π

❺ قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيمين $\sqrt{٣}$ س − ص = ٤ ، ص = ٣ تساوى

(١) ٣٠°　　(٢) ٤٥°　　(٣) ٦٠°　　(٤) ٩٠°

❻ المستقيم العمودى على المستقيم : $\overleftarrow{ر}$ = (٠ ، ٥) + ك ($\sqrt{٣}$ ، ١) يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها

(١) ٣٠°　　(٢) ٦٠°　　(٣) ١٢٠°　　(٤) ١٥٠°

❼ قياس الزاوية الحادة بين المستقيم ص = ٢ ، المستقيم الذى ميله − ١ هى ....

(١) ٤٥°　　(٢) ٣٠°　　(٣) ٦٠°　　(٤) غير ذلك

[٣] **إذا كان** $ل_١$: أ س − ٣ ص + ٧ = ٠ ، $ل_٢$: ٤ س + ٦ ص − ٥ = ٠ ، $ل_٣$: $\frac{س}{٣} - \frac{ص}{٢}$ = ٣ **فأوجد قيمة أ التى تجعل :**

(١) $ل_١$ // $ل_٣$　　(٢) $ل_١ \perp ل_٢$

[٤] **اذكر العلاقة بين المستقيمين** $ل_١$ ، $ل_٢$ **فى الحالات التالية :**

(١) إذا كان ظل الزاوية بينهما يساوى صفر .　　(٢) إذا كان ظل الزاوية بينهما غير معرف .

(٣) إذا كان ميل $ل_١$ هو $م_١$ ، ميل $ل_٢$ هو $م_٢$ فاذكر العلاقة بين $م_١$ ، $م_٢$

[٥] **أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين أزواج المستقيمات الآتية :**

❶ $\overleftarrow{ر}$ = (٥ ، ٠) ، س − ص = − ٤

❷ $\overleftarrow{ر}$ = (٠ ، ١) + ك (١ ، ١) ، ٢ س − ص − ٣ = ٠

❸ ص − $\sqrt{٣}$ س − ٥ = ٠ ، س − $\sqrt{٣}$ ص − ٦ = ٠

[٦] **إذا كانت هـ هى قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين :**

س − ٦ ص + ٦ = ٠ ، أ س − ٢ ص + ٤ = ٠ **وكانت** ظا هـ = $\frac{٣}{٤}$ **فأوجد قيمة** أ .

[٧] **أوجد قياس الزاوية بين المستقيم** ٣ س − ٢ ص = ٩ ، **المستقيم المار بالنقطتين**

(٠ ، ٢) ، (−٤ ، −١)

[٨] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين ص = ٣ ، س + ص = ٧

[٩] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين س = ٦ ، س + ٤ص = ٧

[١٠] أوجد قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين :

❶ ر١ = (٠ ، -٢) + ك (٣ ، -١) ، ر٢ = (٠ ، ٥) + ك (١ ، ٢) .

❷ س + ٢ص = ٠ ، ٣س - ٥ص = ١

[١١] أوجد قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين :

س + ٢ص + ٣ = ٠ ، س - ٣ص + ١ = ٠

[١٢] أوجد قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين : ٢ص = ٣ ، ٢س + ص = ٤

[١٣] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥ ، س + ٣ص + ١ = ٠

[١٤] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $\frac{س}{٢}$ + $\frac{ص}{٥}$ = ١ ، ص = $\frac{٣}{٤}$ س - ٧

[١٥] أوجد قياس الزاوية بين المستقيم ٣س - ٢ص = ٩

، المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ٢) ، (-٤ ، -١)

[١٦] أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيمين

ر١ = (٢ ، ٠) + ك (-٢ ، ١) ، ر٢ = (-٣ ، ١) + ك (٦ ، ٣) .

[١٧] أوجد قياس الزاوية بين المستقيم س - ٢ص - ٧ = ٠ ، محور السينات

[١٨] أوجد قياس الزاوية بين المستقيم س + ص - ١ = ٠ ، محور الصادات

[١٩] أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم س − ٢ ص + ٣ = ٠ ، والمستقيم المار بالنقطتين (٤ ، − ١) ، (٢ ، ١) .

[٢٠] إذا كان قياس الزاوية بين المستقيمين : ٣ س + ص − ٨ = ٠ ، ك س − ص + ٩ = ٠ يساوى $\frac{ط}{٤}$ فما قيمة ك ؟

[٢١] أوجد قيمة أ التى تجعل الزاوية بين المستقيمين : س − ص − ٣ = ٠ ، أ س − ٢ ص + ٣ = ٠ ظلها $\frac{٣}{٤}$

[٢٢] إذا كان قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين : س + ك ص − ٨ = ٠ ، ٢ س − ص − ٥ = ٠ يساوى $\frac{\pi}{٤}$ فأوجد قيمة ك .

[٢٣] أوجد قيمة أ التى تجعل الزاوية الحادة بين المستقيمين ٣ س − ٥ ص − ٨ = ٠ ، ص = س يساوى الزاوية الحادة بين المستقيمين س − ٢ ص = ٥ ، ٢ س + أ ص = ٧

[٢٤] أوجد قيمة أ التى تجعل المستقيمين ٤ أ س − ٩ ص = ٧ ، أ س + ٤ ص = ١ متعامدان

[٢٥] إذا كان ظل الزاوية بين المستقيم الذى ميله − ٢ والمستقيم الذى معادلته س + أ ص + ١ = ٠ يساوى $\frac{٣}{٤}$ أوجد قيمة ك :

[٢٦] إذا كانت هـ هو قياس الزاوية بين المستقيمين : س − ص + ٦ = ٠ ، أ س − ٢ ص + ٤ = ٠ حيث جتا هـ = $\frac{٤}{٥}$ احسب قيمة أ

[٢٧] إذا كان ظل قياس الزاوية بين المستقيمين : أ ص + س = ٠ ، ٢س + ص = ١ يساوى $\frac{٣}{٤}$ احسب قيمة أ

[٢٨] إذا كان قياس الزاوية بين المستقيمين : ٣س − ٥ص = ٩ ، أ س − ص = ٧ يساوى ٤٥° احسب قيمة أ

[٢٩] اثبت أن الزاوية بين المستقيمين : ص = $\frac{١ + ب}{١ − ب}$ س + ٦ ، ص − ب س + ١ = ٠ قياسها ثابت لجميع قيم ب ≠ ١ وأوجد قياس هذه الزاوية

[٣٠] إذا كان قياس الزاوية بين المستقيم $ل_١$: أ س − ١١ص − ٨ = ٠ ، والمستقيم $ل_٢$: ٤س + ٣ص = ١ تساوى قياس الزاوية بين المستقيم $ل_٢$ ، والمستقيم $ل_٣$: ٣س − ص + ٢ = ٠ أوجد قيمة أ

[٣١] مستقيمان ميلاهما م ، $\frac{٢}{٣}$م وجيب الزاوية بينهما يساوى $\frac{١}{\sqrt{١٠}}$ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله م ويمر بالنقطة (٢ ، ٣) حيث م > ٠

[٣٢] مستقيمان ميليهما م ، $\frac{٣}{٨}$م وظل قياس الزاوية بينهما $\frac{٥}{١١}$ ويمران بالنقطة (٣ ، − ١) أوجد معادلتيهما علما بأن م > ٠

[٣٤] أوجد معادلة المستقيمين المارين بالنقطتين (١ ، ٢) ويصنع كلا منهما زاوية قياسها ٤٥° مع المستقيم س − ٢ص + ٣ = ٠

[٣٥] أوجد معادلة المستقيمين المارين بالنقطتين (٢ ، – ٣) ويصنع كلا منهما

زاوية ظلها $\frac{١}{٢}$ مع المستقيم س + ص + ٥ = ٠

[٣٦] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، – ١) ويصنع مع المستقيم

س + ص + ٢ = ٠ زاوية قياسها $\frac{ط}{٤}$

[٣٧] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (– ١ ، ١) ويصنع مع المستقيم

٥س + ص + ٣ = ٠ زاوية جيب تمامها $\frac{١}{\sqrt{٥}}$

[٣٨] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤ ، ١) ويصنع مع المستقيم الذى

معادلته ٣س – ص = ٤ زاوية ظلها $\frac{١}{٢}$

[٣٩] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (– ١ ، ٣) ويصنع مع المستقيم الذى

معادلته س + ٢ص + ٦ = ٠ زاوية ظلها $\frac{١}{٧}$

[٤٠] أثبت أن △ ا ب جـ قائم الزاوية فى ب حيث ا (٥ ، ٢)

، ب (٢ ، – ٢) ، جـ (– ٢ ، ١) ثم احسب مساحة سطحه .

[٤١] أوجد قياسات زوايا المثلث ا ب جـ

إذا كان ا (٢ ، ٣) ، ب (– ١ ، ٣) ، جـ (٢ ، ٥)

[٤٢] هل المثلث الذى رؤوسه النقط ا (٢ ، ٣) ، ب (٧ ، ٨) ، جـ (– ١ ، ٣)

فيه زاوية ا ب جـ حادة أم منفرجة ؟ وأوجد قياسها .

[٤٣] أ ب جـ $\triangle$ فيه : أ (٠ ، ٢) ، ب (٣ ، ١) ، جـ (− ٢ ، − ١)

أوجد قياس زاوية أ

[٤٤] إذا كان المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب حيث أ (٢ ، ٣) ، ب (٥ ، ٧) ، جـ (١ ، س) ، فأوجد قيمة س ثم أوجد قياس كل من الزاويتين الأخريين .

[٤٥] أ ب جـ مثلث فيه أ (٢ ، ٣) ، ب (٤ ، ٤) ، جـ (−١ ، ٤)

حدد نوع زاوية أ وأوجد قياسها

[٤٦] أ ، ب ، جـ هى النقط (٩ ، ٠) ، (٢ ، ١) ، (−٢ ، −٢) على الترتيب

أوجد قياس الزاوية أ ب جـ

[٤٧] أ ، ب ، جـ هى النقط (٤ ، −١) ، (−١ ، ٠) (٢ ، ١) على الترتيب

أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

[٤٨] المثلث أ ب جـ فيه أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، ٥) ، جـ (٤ ، ٢)

① أوجد إحداثى نقطة ء التى تقسم $\overline{\text{ب جـ}}$ من الداخل بنسبة ١ : ٢ .

② أثبت أن : $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$　　③ أثبت أن : أ ء = ب جـ

④ أوجد : ق ($\angle$ ب)　　⑤ أوجد مساحة سطح المثلث أ ب جـ

[٤٩] أ ب جـ مثلث رؤوسه أ (−٣ ، ٢) ، ب (−٣ ، −١٣) ، جـ (٥ ، ٣) ، نصفت $\overline{\text{ب جـ}}$ فى ء أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

[٥٠] أ ب جـ مثلث فيه أ (− ٦ ، ٢) ، ب (٤ ، ٧) ، جـ (٩ ، ٤) ، ء $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث أ ء : ء ب = ٢ : ٣ أوجد إحداثى نقطة ء ثم أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$

[٥١] أ ب جـ مثلث فيه أ(٢ ، ١) ، ب(٢ ، −٣) ، جـ(−٢ ، −٣)

❶ اثبت أن △ أ ب جـ قائم الزاوية ❷ أوجد معادلة المستقيم ب جـ

❸ أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

[٥٢] أ ب جـ ء متوازى أضلاع رؤوسه أ(١ ، ٣) ، ب(٣ ، −٢) ، جـ(٦ ، ١)

أوجد إحداثى نقطة ء ثم أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

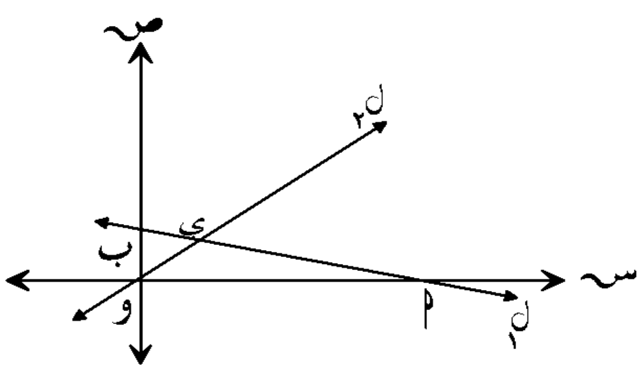
[٥٣] اثبت أن النقط : أ(٥ ، ٢) ، ب(١ ، ٥) ، ب(−٢ ، ١) ، ء(٢ ، −٢) هى رؤوس شكل رباعى دائرى .

[٥٤] أ(٤ ، ١١) ، ب(٢,٥ ، −٧) ، جـ(−٩,٥ ، −١) اثبت أن :

المستقيم س + ٢ص = ٣ يصنع مع المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ مثلثا متساوى الساقين

[٥٥] 📖 إذا كان الخط المستقيم ل يصنع زاوية جيب تمامها يساوى $\frac{٣\sqrt{١٠}}{١٠}$ مع المستقيم ٣س − ص + ٥ = ٠ فما هو ميل الخط المستقيم ل ثم أوجد معادلة الخط المستقيم ل إذا كان يمر بالنقطة (١ ، −٢)

[٥٦] فى الشكل المقابل :



معادلة $ل_١$ هى : س + ٧ص = ٧ ،

معادلة $ل_٢$ هى : ٣س − ٤ص = ٠

أوجد قياس الزاوية المنفرجة ى ثم أوجد إحداثيات النقطتين أ ، ب

المراجعة رقم (3)

اختبار شهر مارس

مراجعة اختبار شهر أبريل أولي ثانوي

السؤال الأول اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

❶ قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ٤ & ٠ & ٠ \\ ٧ & ٢ & ٠ \\ ١ & ٥ & ١ \end{vmatrix}$ = ...

أ ١ ب ٢ ج ٤ د ٨

❷ إذا كان حاصل ضرب المصفوفتين أ × ب = I وكانت المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٨ \end{pmatrix}$

أ $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٨ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٨ & ٥ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ ج $\begin{pmatrix} ٨ & -٣ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} -٢ & ٥ \\ ٣ & -٨ \end{pmatrix}$

❸ إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ٠ & ٠ \\ ٤ & \text{س} & ٠ \\ -٣ & ٣٦ & \text{س} \end{vmatrix}$ = ٥٠ فإن س = ...

أ ٦ ب ٢٥ ج ± ٦ د ± ٢٥

❹ إذا كان أ مصفوفة علي النظم ٤×٧ ، ب مصفوفة علي النظم ٧×٣ فإن $(\text{أب})^{\text{مد}}$ تكون علي النظم ....

أ ٧×٧ ب ٤×٣ ج ٤×٧ د ٤×٣

❺ إذا كان $\begin{vmatrix} ٢\text{ك}-١ & ٢ \\ ٣ & \text{ك}+١ \end{vmatrix}$ = ٢ك^{٢}+١ فإن ك=.........

أ ٢ ب ٤ ج ٦ د ٨

❻ إذا كان أ= $\begin{pmatrix} ٤ & ٠ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix}$ فإن أ^{٦٠}=................

أ ٢^{٣٠} $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ ب ٢^{٦٠} $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ ج ٢^{٩٠} $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ د ٢^{١٢٠} $\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

❼ $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ = ...

أ $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ ج $\begin{pmatrix} ٠ & ٢ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

❽ إذا كانت المصفوفة أ علي النظم ٢ × ٣ والمصفوفة ب علي النظم ٣ × ٣ فإن المصفوفة أب تكون علي النظم ....

أ ٢×٣ ب ٣×٣ ج ٣×٢ د ٤×٣

❾ إذا كان $\begin{pmatrix} ٤ & ١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ١ & -١ \\ -٣ & \text{س} \end{pmatrix} = I$ فإن س =.......

أ ١ ب ٢ ج ٣ د ٤

⑩ إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix} = -١٢\,\text{س}$ فإن س = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (ج) −٣ (د) ٢

⑪ إذا كان س مصفوفة مربعة علي النظم ، ص مصفوفة مربعة وكانت المصفوفة ص س معرفة فإن المصفوفة ص س تكون علي النظم ....

(أ) ٢ × ٣ (ب) ٣ × ٣ (ج) ٣ × ٢ (د) ٢ × ٢

⑫ إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ١ \\ -٢ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن ب أ = ...

(أ) (-٤) (ب) (٤) (ج) $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ -٤ & -٦ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٣ & -٦ \end{pmatrix}$

⑬ إذا كان $\text{ب}^{\text{مد}}\,\text{أ}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -٣ & ٠ \end{pmatrix}$ فإن $(\text{أ ب})^{\text{مد}}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -٣ & ٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} -٣ & ١ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & -٣ \end{pmatrix}$

⑭ إذا كان $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{ء} \end{vmatrix} = ٥$ وكان ء − جـ = ٧ فإن $\begin{vmatrix} \text{أ}+٢ & \text{ب}+٢ \\ \text{جـ} & \text{ء} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٥ (ب) ١٤ (ج) ١٩ (د) −٩

⑮ إذا كان $\begin{vmatrix} \text{س} & ١٢ \\ ٣ & \text{س} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ١٠ & ٥ \end{vmatrix}$ فإن س = ...

(أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ±٦

⑯ إذا كانت مساحة المثلث الذي رؤوسه (ك، ٠) ، (٤، ٠) ، (٠، ٢) هي ٤ وحدات مربعة فإن ك = ...

(أ) ٠ أو −٨ (ب) −٤ أو ٤ (ج) ٠ أو ٨ (د) ٨ أو −٨

⑰ $\begin{vmatrix} \text{جا}٥\theta & -\text{جتا}٥\theta \\ \text{جتا}٥\theta & \text{جا}٥\theta \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (ج) ٥ (د) −٥

⑱ لكي يكون لنظام المعادلات $\text{أ}_١\text{س} + \text{ب}_١\text{ص} = \text{جـ}$ ، $\text{أ}_٢\text{س} + \text{ب}_٢\text{ص} = \text{جـ}_٢$ حل وحيد يجب أن يكون............

(أ) $\begin{vmatrix} \text{أ}_١ & \text{ب}_١ \\ \text{أ}_٢ & \text{ب}_٢ \end{vmatrix} = ٠$ (ب) $\begin{vmatrix} \text{جـ}_١ & \text{ب}_١ \\ \text{جـ}_٢ & \text{ب}_٢ \end{vmatrix} = ٠$ (ج) $\begin{vmatrix} \text{أ}_١ & \text{ب}_١ \\ \text{أ}_٢ & \text{ب}_٢ \end{vmatrix} \neq ٠$ (د) $\begin{vmatrix} \text{جـ}_١ & \text{ب}_١ \\ \text{جـ}_٢ & \text{ب}_٢ \end{vmatrix} \neq ٠$

⑲ إذا كان س = $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٢ \end{pmatrix}$ ، ص = $\begin{pmatrix} -٣ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن ص س = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -٩ \\ ١٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٩ & ١٠ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} -٩ & ١٥ \\ ٦ & ١٠ \end{pmatrix}$ (د) (١)

⑳ إذا كانت أ مصفوفة مربعة علي النظم ٢×٢، |٢أ| = ٨ فإن |٣أ^مد| = ...

أ ٩　　ب ١٢　　ج ١٨　　د ٢٤

㉑ إذا كانت أ مصفوفة علي النظم ٢×١ ، ب مصفوفة علي النظم ٢×٢، ج مصفوفة علي النظم ١×٢ فإن (ب أ) ج علي النظم ....

أ ١×٢　　ب ١×١　　ج ٢×١　　د ٢×٢

㉒ إذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ ج & ء \end{vmatrix} = ٦$ وكان $\begin{vmatrix} ك أ & ك ج \\ ب & ء \end{vmatrix} = -٢٤$ فإن ك = ...

أ ٤　　ب ٣　　ج −٣　　د −٤

㉓ إذا كان $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix}$ فإن أ + ب = ...

أ ٣　　ب ٤　　ج ٥　　د ٦

㉔ إذا كانت أ مصفوفة علي النظم ١×٣، ب^مد مصفوفة علي النظم ١×٣ فإنه يمكن إجراء العملية الآتية ....

أ أ + ب　　ب أ ب　　ج أ ب^مد　　د ب^مد + أ^مد

㉕ إذا كانت أ ، ب مصفوفتين مربعتين علي النظم ٣×٣ وكان |أ| = −١، |ب| = ٣ فإن |٣أ ب| = ...

أ −٩　　ب −٨١　　ج −٢٧　　د ٨١

㉖ إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ فإن أ^٢ = ...

أ $\begin{pmatrix} ٤ & ١ \\ ٩ & ١ \end{pmatrix}$　　ب $\begin{pmatrix} ٤ & ٩ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$　　ج $\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ ٩ & ٢ \end{pmatrix}$　　د $\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ ٩ & -٢ \end{pmatrix}$

㉗ $\begin{vmatrix} ١ & -١ & ٥ \\ ٠ & -١ & ٢ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} ٣ & -٧ \\ -٢ & ٥ \end{vmatrix} =$ ....

أ −٢　　ب −١　　ج ١　　د ٢

㉘ المصفوفة $\begin{pmatrix} س+٤ & ٠ \\ ٠ & س-٤ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي عندما س = ...

أ ٤　　ب ±٤　　ج ٥　　د ±٥

٢٩ إذا كانت أ ، ب مصفوفتان حيث ب = $\begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، أ ب = I فإن أ = ...

أ $\frac{-١}{١٠}\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٤ \end{pmatrix}$ ب $\frac{١}{١٠}\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٢ & ٤ \end{pmatrix}$ جـ $\frac{١}{١٠}\begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}$ د $\frac{١}{١٠}\begin{pmatrix} -٣ & ١ \\ ٢ & -٤ \end{pmatrix}$

٣٠ إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} -٢ & ٢ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}$ ، أ ب = $\begin{pmatrix} -٢ & ٤ \\ ٧ & ٠ \end{pmatrix}$ فإن ب = ...

أ $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix}$ جـ $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix}$

٣١ أي المصفوفات الآتية ليس لها معكوس ضربي ....

أ $\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ ٨ & ٢ \end{pmatrix}$ جـ $\begin{pmatrix} ٦ & ٢ \\ ٩ & ٣ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ٠ & ٤ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$

٣٢ إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ ٣ & -٢ \end{pmatrix}$ ، وكان أ = أ$^{-١}$ × ب فإن ب = ...

أ $\begin{pmatrix} ٤ & -٧ \\ ١ & -٤ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٨ & -٧ \\ ١ & -٤ \end{pmatrix}$ جـ $\begin{pmatrix} -٨ & ٧ \\ -١ & ٤ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} -٨ & ٧ \\ ٤ & ٤ \end{pmatrix}$

٣٣ إذا كانت س مصفوفة بحيث س × $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٥ \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٥ \end{pmatrix}$ فإن س = ...

أ $\begin{pmatrix} ١ & ١ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ١ \\ ١ \end{pmatrix}$ جـ I د (١)

٣٤ إذا كان أ ، ب مصفوفتين بحيث أ ب = ب$^{-١}$ فإن

أ أ = ب ب ب = أ$^{-١}$ جـ ب = I د أ ب = ب أ

٣٥ إذا كانت كل من أ ، ب مصفوفة متماثلة فإن المصفوفة (أ ب أ) تكون ....

أ متماثلة ب شبه متماثلة جـ قطرية د صفرية

٣٦ إذا كانت أ (٣ ، ٥) ، ب (٢ ، ٠) ، جـ (-٣ ، ٣) فإن مساحة المثلث أ ب جـ تساوي ...... وحدة مربعة.

أ ٢٨ ب ١٤ جـ ٧ د ٢

٣٧ إذا كان أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ وكان أ^{٢٥} = $\begin{pmatrix} ب & أ \\ ء & جـ \end{pmatrix}$ فإن أ + ب + جـ + ء = ...

أ) ٢٥ ب) ٢٦ ج) ٢٧ د) ٢٨

٣٨) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة س^٢ − ٤س − ١٠ = ٠ فإن قيمة المحدد $\begin{vmatrix} ٢ل & -١ \\ ٣ & م \end{vmatrix}$ = ...

أ) −١٧ ب) −١٢ ج) −٨ د) −٦

٣٩) إذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب & ج \\ ء & هـ & و \\ س & ص & ع \end{vmatrix}$ = ١٥ فإن $\begin{vmatrix} أ & ب & ج \\ س & ص & ع \\ ء & هـ & و \end{vmatrix}$ = ...

أ) −٣٠ ب) −١٥ ج) صفر د) ١٥

٤٠) $\begin{vmatrix} أ & أ & أ \\ أ & ب & ج \\ ج & ج & ج \end{vmatrix}$ = ...

أ) صفر ب) أ جـ ج) ب جـ د) أ ب جـ

٤١) إذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب & ج \\ ء & هـ & و \\ س & ص & ع \end{vmatrix}$ = −١٥ فإن $\begin{vmatrix} ٢س & ٢ص & ٢ع \\ أ & ب & ج \\ ٣ء & ٣هـ & ٣و \end{vmatrix}$ =

أ) ١٥ ب) −٣٠ ج) ٩٠ د) −٩٠

٤٢) إذا كان ن = $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٣ \\ ٢ & ٣ & ٥ \\ ١ & ٤ & ٢ \end{vmatrix}$ ، م = $\begin{vmatrix} ٣ & ٠ & ٩ \\ ٤ & ٦ & ١٠ \\ ٥ & ٢٠ & ١٠ \end{vmatrix}$ فإن م = ...

أ) ن ب) ١٠ن ج) ٢٠ن د) ٣٠ن

٤٣) عند حل نظام المعادلات ٢س + ٣ص − ع = ١ ، ٣س + ٥ص + ٢ع = ٨ ، س − ٢ص − ٣ع = −١ يكون $\frac{\Delta_س}{\Delta}$ = ...

أ) −١ ب) ٢ ج) −٢ د) ٣

ثانيا حساب المثلثات

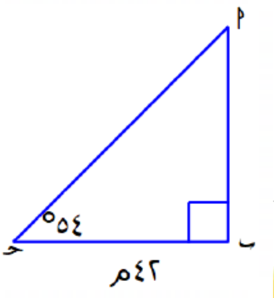
١) من قمة برج ارتفاعه ٨٠ متر وجد راصد أن زاوية انخفاض سيارة تقع في نفس مستوي قاعدته ٣٢° ١٨َ فتكون المسافة بين السيارة وقادة البرج تساوي ....متر تقريبا.

أ) ٥٠٫٦ ب) ٤٢٫٧ ج) ١٢٦٫٥ د) ١٤٩٫٧

٢) في الشكل المقابل

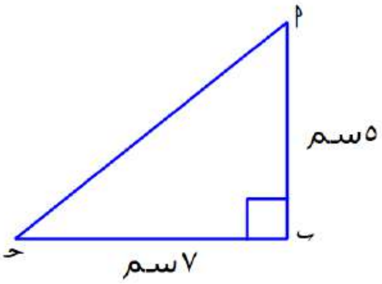
طول $\overline{أب}$ ≃ ....متر

أ) ٥٦ ب) ٥٧



ج ٥٨ د ٥٩

❸ في الشكل المقابل



ق(ج) = ... لأقرب درجة

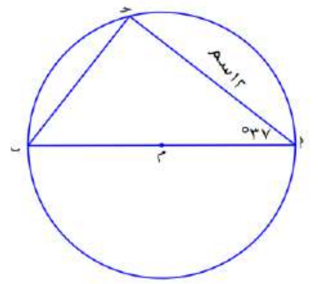
أ ٣٠° ب ٣٥°
ج ٣٦° د ٤٥°

❹ في الشكل المقابل دائرة م ، أ ج = ١٢ سم ،

ق(∠أ) = ٣٧°

فإن طول نصف قطر الدائرة

لأقرب رقمين عشريين = ...



أ ٨٫٥١ ب ٧٫٥١
ج ٦٫٥١ د ٥٫٥١

❺ أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب حيث ٢أ ب = √٣ أ ج ، ب ج = ٨ سم

فإن طول $\overline{أج}$ = ... سم

أ ٤ ب ٣٢ ج ٨ د ١٦

❻ إذا كان Δأ ب ج قائم الزاوية وأطوال أضلاعه هي أ ، أ + ١ ، أ − ١ حيث أ > ١ *فإن قياس*

أكبر زواياه الحادة هي .... تقريبا

أ ٥٢َ ٣٦° ب ١٨َ ٤٨° ج ٨َ ٥٣° د ٤٢َ ٦٢°

❼ من نقطة علي سطح الأرض تبعد ٤٠ مترا عن قاعدة برج قيست زاوية ارتفاع قمة البرج فكانت

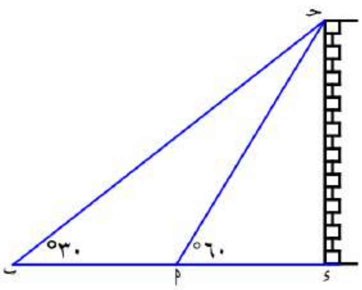
٧٢° فإن ارتفاع البرج لأقرب متر = ...

أ ١٢٠ ب ١٢١ ج ١٢٢ د ١٢٣

❽ في الشكل المقابل إذا قيست زاويتي ارتفاع برج طوله ٥٠√٣ متر

من النقطتين أ ، ب علي نفس الخط الأفقي المار بقاعدة البرج كانت

قياسيهما ٣٠° ، ٦٠° علي الترتيب فإن البعد بين النقطتين أ ، ب = ... متر



أ ١٠٠√٣ ب ٥٠√٣ ج ١٠٠ د ٥٠

❾ إذا كان قطاع دائري طول قوسه ٨ سم ، وطول نصف قطر دائرته ٦ سم فإن مساحته

تساوي ....سم²

أ ٢ ب ١٤ ج ٢٤ د ٤٨

١٠ قطاع دائري مساحته ٣٠ سم^2 ، وطول قطر دائرته ١٢ سم فإن محيطه = ... سم

أ ٢٢ ب ٤٢ ج ٤٤ د ٢٦

١١ قطاع دائري طول قوسه ١٢سم ، ومحيطه ٢٤ سم فإن مساحته = ... سم^2

أ ٣٦ ب ٩ ج ١٢ د ١٤٤

١٢ قطاع دائري مساحته ٤٥ سم^2 وطول قطر دائرته ٢٠ سم فإن محيطه =........سم

أ ٢٩ ب ١٩ ج ٣٩ د ٤٩

١٣ محيط قطاع دائري ١٩ سم وطول قوسه ٧ سم فإن طول قطر دائرته =..........سم

أ ١٢ ب ١٤ ج ٧ د ٦

١٤ مساحة قطاع دائري ٢٧ سم^2 وطول نصف قطر دائرته ٦ سم فإن القياس الدائري لزاويته المركزية = ...ء

أ ١٫٥ ب ٢ ج ٣ د ٤٫٥

١٥ إذا كانت مساحة قطاع دائري = ١١٠ سم^2 وقياس زاويته ٢٫٢ء فإن طول نصف قطر دائرته = ...سم

١٦ قطاع دائري طول قوسه ٤ل وطول نصف قطر دائرته = نق سم فإن محيطه = ...سم

أ ل + ٢ نق ب نق + ٢ل ج ٢(نق + ٢ل) د ٢(ل + ٢ نق)

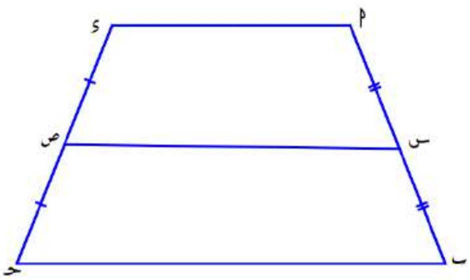
ثالثا الهندسة

١ في $\triangle$أبجـ يكون $\overrightarrow{أب} - \overrightarrow{جـب} + \overrightarrow{أجـ}$ = ...

أ ٢$\overrightarrow{أجـ}$ ب $\overrightarrow{جـأ}$ ج $\overrightarrow{أجـ}$ د ٢$\overrightarrow{أب}$

٢ $\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{بجـ} + \overrightarrow{جـد}$ = ...

أ $\overrightarrow{أجـ}$ ب $\overrightarrow{دأ}$ ج $\overrightarrow{أد}$ د $\overrightarrow{بد}$



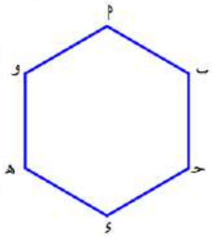
٣ في الشكل المقابل

أبجـد شبه منحرف حيث

$\overrightarrow{أد} + \overrightarrow{بجـ} =$ ك $\overrightarrow{صس}$

فإن قيمة ك = ... حيث ك $\in$ ع

أ -٢ ب -١ ج ١ د ٢

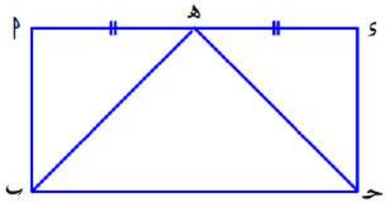


٤ في الشكل المقابل

أ ب جـ د هـ و سداسي منظم فإن

$(\overrightarrow{\text{أب}} - \overrightarrow{\text{جب}}) + \overrightarrow{\text{أو}} + \overrightarrow{\text{ده}} =$

أ $\overrightarrow{\text{وه}}$ ب $\overrightarrow{\text{أه}}$ جـ $\overrightarrow{\text{أد}}$ د $\overrightarrow{\text{أج}}$



٥ في الشكل المقابل

أ ب جـ د مستطيل ، هـ منتصف $\overline{\text{أد}}$ فإن

$\overrightarrow{\text{هب}} + \overrightarrow{\text{بأ}} + \overrightarrow{\text{دج}} =$ ....

أ $\overrightarrow{\text{هب}}$ ب $\overrightarrow{\text{به}}$ جـ $\overrightarrow{\text{هج}}$ د $\overrightarrow{\text{جه}}$

٦ إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع فإن طول القطر $\overrightarrow{\text{أج}}$ = ...

أ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أد}}$ ب $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أج}}$ جـ $٢\overrightarrow{\text{أد}}$ د $٢\overrightarrow{\text{أب}}$

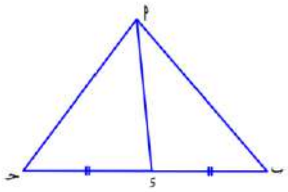
٧ في Δأبجـ يكون $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بج}} + \overrightarrow{\text{جأ}}$ = ...

أ و ب $\overrightarrow{٠}$ جـ صفر د $\overrightarrow{\text{أ}}$

٨ في Δأبجـ إذا كانت د منتصف $\overline{\text{بج}}$ فإن $\overrightarrow{\text{بأ}} + \overrightarrow{\text{جأ}} + \overrightarrow{\text{دأ}}$ = ...

أ $\overrightarrow{\text{بج}}$ ب $\overrightarrow{\text{دأ}}$ جـ $٢\overrightarrow{\text{دأ}}$ د $\overrightarrow{\text{جب}}$

٩ في الشكل المقابل $\overrightarrow{\text{أد}}$ = ...



أ $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أج}}$ ب $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{بج}}$ جـ $\frac{١}{٢}\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أج}}$ د $\frac{١}{٢}(\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أج}})$

١٠ إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع ، م هي نقطة تقاطع قطريه فإن $\overrightarrow{\text{أب}} + \overrightarrow{\text{أد}} =$

أ $٢\overrightarrow{\text{أم}}$ ب $٢\overrightarrow{\text{مأ}}$ جـ $٢\overrightarrow{\text{مد}}$ د $٢\overrightarrow{\text{بم}}$

١١ قياس الزاوية بين مستقيمين س = ١ ، ص = ٢ تساوي ....°

أ ٣٠ ب ٤٥ جـ ٩٠ د ١٨٠

١٢ إذا كان $\overrightarrow{\text{ى}}$ = (٣، −٤) متجه اتجاه لمستقيم ما فإن جميع المتجهات التالية تكون متجهات اتجاه لنفس المستقيم ما عدا المتجه ....

أ (−٣، ٤) ب (٩، −١٢) جـ (٣، ٤) د (١,٥، −٢)

⑬ النسبة التي يقسم بها محور السينات $\overline{أب}$ حيث أ(٣،٢)، ب(٥،٦) تساوي ...

أ) ٣:٥ من الداخل ب) ٥:٣ من الخارج ج) ١:٣ من الداخل د) ٣:١ من الخارج

⑭ إحداثي ج التي تقسم $\overline{أب}$ حيث أ(٥،−٦) ، ب(−١،٣) بنسبة ١:٢ من الداخل هي ......

أ) (٠،٠) ب) (٣،٣) ج) (−٣،−٣) د) (٣،−٣)

⑮ قياس الزاوية بين المستقيمين ل١ : س + ٢ص + ٥ = ٠ ، ل٢ : $\overrightarrow{ر}$ = (١،٤) + ك(١،٢) تساوي ....°

أ) صفر ب) ٤٥ ج) ٩٠ د) ١٣٥

⑯ إذا كان ب (٠ ، ٣) ، ج (٣ ، ٠) وكانت أ تقع في ثلث المسافة من ب إلى ج فإن إحداثي النقطة أ هي ....

أ) (١ ، ٢) ب) (٢ ، ١) ج) (−١ ، −٢) د) (−٢ ، −١)

⑰ المستقيم $\overrightarrow{ر}$ = (٥،٢) + ك(٣،٣) يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ....°

أ) ٣٠ ب) ٤٥ ج) ٦٠ د) ٩٠

⑱ إذا كان $\overrightarrow{ى}$ = −٢$\overrightarrow{س}$ + ٣$\overrightarrow{ص}$ هو متجه اتجاه مستقيم فإن كل المتجهات التالية هو متجه اتجاه لنفس المستقيم ما عدا ....

أ) ٢$\overrightarrow{س}$ − ٣$\overrightarrow{ص}$ ب) ٦$\overrightarrow{س}$ − ٩$\overrightarrow{ص}$ ج) −٤$\overrightarrow{س}$ + ٦$\overrightarrow{ص}$ د) ٣$\overrightarrow{س}$ − ٢$\overrightarrow{ص}$

⑲ إذا كان المستقيم ج س + ب ص + أ = ٠ يوازي محور الصادات فإن ....= صفر

أ) أ ب) ب ج) ج د) س

⑳ إحداثيي ج التي تقسم $\overline{أب}$ حيث أ (٣ ، ٢) ، ب (٥ ، ٦) تساوي ....

أ) ٣:٥ من الداخل ب) ٥:٣ من الخارج ج) ١:٣ من الداخل د) ٣:١ من الخارج

㉑ إذا كان ب (٠ ، ٣) ، ج (٣ ، ٠) وكانت أ تقع في ثلث المسافة من ب إلى ج فإن إحداثيي نقطة أ تساوي ....

أ) (١ ، ٢) ب) (٢ ، ١) ج) (−١ ، −٢) د) (−٢ ، −١)

㉒ إذا كان المستقيم $\frac{س}{٦} + \frac{ص}{ب} = ١$ يصنع مع محوري الإحداثيات مثلث مساحة سطحه ٩ وحدات مربعة فإن ب = ...

أ) ±٣ ب) ±٩ ج) ٦ د) ±٦

٢٣ المستقيم $\overrightarrow{ر} = (٥،٢) + ك(٣،٣)$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية ...

أ ٣٠° ب ٤٥° ج ٦٠° د ٩٠°

٢٤ قيمة اتجاه المستقيم الذي معادلتيه الوسطيتين س + ٣ = ٢ك ، ص = ٥ هو........

أ (٢، ٠) ب (٢، −٣) ج (٢، ٣) د (٢، ٥)

٢٥ إحداثي نقطة تقاطع متوسطات Δ أ ب جـ الذي فيه أ (٣، ٢) ، ب (١، −٢) ، جـ (−١، ٦) هي ....

أ (−١، ٢) ب (١، ٢) ج (١، −٢) د (−١، −٢)

٢٦ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين س + ٥ = ٠ ، ص − ٣ = ٠ ونقطة الأصل هي

أ ٥س − ٣ص = ٠ ب ٥س + ٣ص = ٠ ج ٣س − ٥ص = ٠ د ٣س + ٥ص = ٠

٢٧ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين ٢س + ٣ص = ٢ ، ٣س − ص = ١٤ ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٣٥° هي ....

أ س + ص = ٠ ب س + ص = ٢ ج س − ص = ٢ د ص − س = ٢

٢٨ إذا كان ميل المستقيم = $\frac{-٢}{٣}$ فإن متجه اتجاهه يكون ....

أ (٣، −٢) ب (−٣، ٢) ج (٦، −٤) د كل ما سبق صحيح

٢٩ إذا كان أ (−٢، ١) ، ب (٢، ٣) ، جـ (−٢، −٤) ثلاث نقاط فإن قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو ....

أ $ظا^{-1}\left(\frac{-٢}{٣}\right)$ ب $ظا^{-1}\left(\frac{٢}{٣}\right)$ ج $ظا^{-1}\left(\frac{٣}{٤}\right)$ د $ظا^{-1}\left(\frac{٣}{٢}\right)$

٣٠ محيط المثلث المحصور بين المستقيمات ٤س + ٣ص = ١٢ ، س = ٠ ، ص = ٠ يساوي .....

أ ٣ وحدات طول ب ٤ وحدات طول ج ٧ وحدات طول د ١٢ وحدات طول

٣١ جميع المعادلات الآتية تمثل المستقيم المار بالنقطتين (٥، ٠) ، (٠، ٢) ما عدا ....

أ $\overrightarrow{ر} = (٥،٠) + ك(٥،−٢)$ ب $\overrightarrow{ر} = (٠،٢) + ك(٥،−٢)$

ج $\overrightarrow{ر} = (٥،٠) + ك(٥،٢)$ د $\overrightarrow{ر} = (٠،٢) + ك(−١٠،٤)$

٣٢ النسبة التي يقسم بها محور الصادات $\overleftrightarrow{أب}$ حيث أ (٢، ٥) ، ب (٦، ٧) تساوي .....

أ ٣ : ١ من الداخل ب ١ : ٣ من الخارج ج ٣ : ٢ من الداخل د ١ : ٢ من الخارج

ثانيا الأسئلة المقالية

❶ باستخدام طريقة كرامر أوجد مجموعة حل المعادلتين

س + ٢ص = ٠ ، ٢س − ٣ص = ١

الحل

❷ باستخدام طريقة المعكوس الضربي للمصفوفة أوجد مجموعة حل المعادلتين

٣س + ٢ص = ٥ ، ٢س + ص = ٣

الحل

❸ أوجد المصفوفة ا التي تحقق العلاقة

$$أ \times \begin{pmatrix} -٢ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٢ & ٢٣ \\ ٨ & ١٣ \end{pmatrix}$$

الحل

❹ إذا كانت $أ^{مد} = \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٣ & ٣ \end{pmatrix}$ برهن أن

$أ^٢ - ٥أ + ٢٢\mathbf{I} = \boxed{\quad}$

الحل

❺ أوجد باستخدام المحددات مساحة المثلث الذي رؤوسه النقاط أ (٣، −٣)، ب (٤، ٢)، حـ (٢، ٤)

الحل

❻ اثبت باستخدام المحددات أن النقاط (٣، ٥)، (٤، −١)، (٥، −٧) تقع علي استقامة واحدة.

الحل

❼ أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة تقاطع المستقيمين ٢س + ص = ٥، $\overleftarrow{ر}$ = (١، ٠) + ك (١، ١) ويمر بالنقطة (٥، ٣)

الحل

❽ إذا كانت حـ (٢، ٥) تقسم $\overleftarrow{أب}$ بنسبة ٤ : ١ وكانت أ (٨، ٣) فأوجد إحداثيي نقطة ب.

الحل

❾ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٥) وعمودي علي المستقيم ٣س − ٢ص + ٧ = ٠

الحل

❿ إذا كان أ ب حـ ء مربع فيه أ (٣، ٢)، حـ (−١، ٤) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{حـ ء}$

الحل

⑪ أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين

ل١ : $\overleftarrow{ر}$ = (٤ ، ٢) + ك (– ٣ ، ١)

، ل٢ : ٢س = ٣ – ٢ص

الحل

⑫ إذا كان قياس الزاوية الحادة بين

المستقيمين س + ك ص – ٨ = ٠

، ٢س – ص – ٥ = ٠ يساوي $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ فأوجد

قيمة ك

الحل

⑬ أوجد الصور المختلفة لمعادلة المستقيم الذي

① يمر بالنقطة (٣، -١) والمتجه

$\overleftarrow{ى}$ = (– ٣ ، ٥) متجه اتجاه له

② يمر بالنقطة (٤ ، ١) وميله $\frac{٣}{٥}$

③ يمر بالنقطة (٣ ، – ٤) ويوازي

المستقيم س + ٢ص – ٧ = ٠

④ يمر بالنقطتين (٢ ، – ٣) ، (٥ ، ١)

الحل

كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9